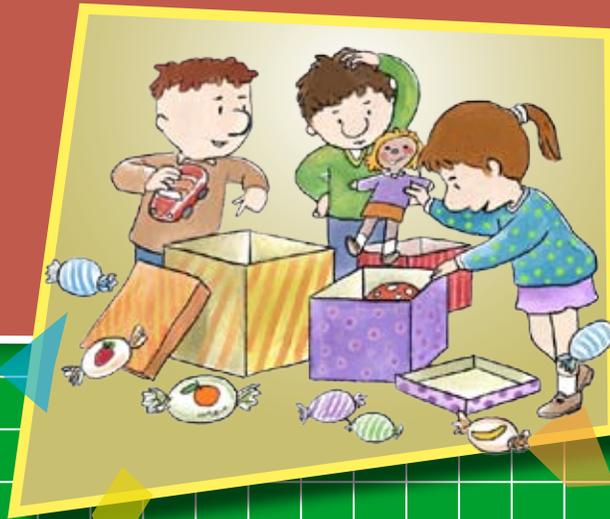


3° Básico

4^a
Unidad

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para multiplicar



Guía Didáctica

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**Asesoría a la Escuela para la Implementación
Curricular en Lenguaje y Matemática, LEM**

Nivel de Educación Básica

**División de Educación General
Ministerio de Educación
República de Chile**

Autores:

Universidad de Santiago

Joaquim Barbé F.
Lorena Espinoza S.
Enrique González L.
Alfredo Carrasco
Maria Paz Silva

Ministerio de Educación:

Dinko Mitrovich G.

Asesores internacionales:

Guy Brousseau. Profesor Emérito de la Universidad de Bordeaux, Francia.

Revisión y Corrección de Estilo

Josefina Muñoz V.

Coordinación Editorial

Claudio Muñoz P.

Ilustraciones y Diseño:

Miguel Angel Marfán
Elba Peña

Impresión:

xxxxx.

Junio 2007

Registro de Propiedad Intelectual Nº 157.638

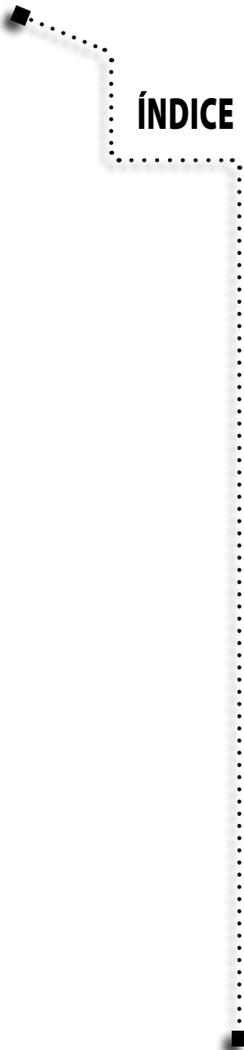
Teléfono: 3904754 – Fax 3810009

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para multiplicar



●● Autores ●●

Joaquim Barbé F. • Alfredo Carrasco • Lorena Espinoza S.
Enrique González L. • Dinko Mitrovich G. • María Paz Silva

A decorative graphic consisting of a dotted line that starts with a small black square at the top left, moves diagonally down and to the right, then turns 90 degrees to move vertically down, ending with another small black square at the bottom.

ÍNDICE

I	Presentación	6
II	Esquema	14
III	Orientaciones para el docente: estrategia didáctica	16
IV	Planes de clases	38
V	Prueba y Pauta	46
VI	Espacio para la reflexión personal	49
VII	Glosario	50
VIII	Fichas y materiales para alumnas y alumnos	53

Estudiando problemas multiplicativos y técnicas para multiplicar**Aprendizajes esperados del Programa**

- Asocian la multiplicación y la división a situaciones comunes que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible y establecer relaciones de reversibilidad entre ellas. Amplían el significado de la división a situaciones de agrupamiento (*Aprendizaje 6, segundo semestre*).
- Manejan el cálculo mental de productos en que un factor es 3, 6, 4 y 8 y un múltiplo de 10 y deducen las divisiones respectivas (*Aprendizaje 7, segundo semestre*).
- Manejan estrategias de cálculo escrito de productos y cuocientes. (*Aprendizaje esperado 8, segundo semestre*).
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con la toma de decisiones respecto de un camino para encontrar la solución, su realización y modificación, si muestra no ser adecuado (*Aprendizaje esperado 11, segundo semestre*).

Aprendizajes esperados para la Unidad

- Asocian la operación de multiplicación a una relación de proporcionalidad en que se realiza la iteración de una medida, y la operación de división a una relación de proporcionalidad en la que se realiza un reparto equitativo o un agrupamiento en base a una medida, en situaciones simples que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible.
- Reconocen la división como la operación inversa de la multiplicación y viceversa.
- Manejan el cálculo de productos de un número de una cifra por 4 y 8 y las divisiones respectivas.
- Multiplican por múltiplos de 10 y 100.
- Efectúan las multiplicaciones mediante la descomposición canónica de uno de los factores.
- En la resolución de problemas que ponen en juego los contenidos de la unidad, profundizan aspectos relacionados con la toma de decisiones respecto de un camino para encontrar la solución, su realización y modificación, si muestra no ser adecuado.

Aprendizajes previos

- Componen y descomponen canónicamente números de hasta tres cifras.
- Evocan algunas combinaciones multiplicativas básicas, aquellas que corresponden a la multiplicación de un número de una cifra por 2, 5 y 10 y las divisiones asociadas.
- Resuelven sumas y restas utilizando procedimientos resumidos.
- Reconocen la conmutatividad en la multiplicación.

Esta unidad gira en torno a la resolución de *problemas multiplicativos asociados a una relación de proporcionalidad directa* entre dos cantidades. A los problemas de iteración de una medida y de reparto equitativo ya estudiados, se agregan en esta unidad los problemas de *agrupamiento en base a una medida*. Estos problemas, al igual que los problemas de *reparto equitativo*, se resuelven con una *división*. El estudio de estos nuevos problemas se realiza a partir de los conocimientos que niñas y niños ya tienen sobre la *multiplicación* y la *división*. Avanzan en la apropiación de una estrategia de resolución de problemas multiplicativos, poniendo especial énfasis en la identificación de la operación que resuelve un problema; se apropian de procedimientos para multiplicar números de más de una cifra, explican cómo hacen sus cálculos y crean problemas. A partir de la relación que existe entre ambas operaciones, los niños y niñas amplían el significado de la división y profundizan el significado de la multiplicación.

1. Tareas matemáticas

Las **tareas matemáticas** que niños y niñas realizan para lograr los aprendizajes esperados de esta unidad son:

- Resuelven problemas de iteración de una medida, de reparto equitativo y de agrupamiento en base a una medida.
- Calculan multiplicaciones de un número de hasta tres cifras por 2, 4, 5, 8, 10 y 100.
- Calculan divisiones, con y sin resto, de un número de hasta dos cifras por uno de una cifra, planteadas en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10.
- Explican procedimientos para calcular multiplicaciones y divisiones.
- Establecen semejanzas y diferencias entre problemas que se resuelven con una multiplicación y con una división.
- Elaboran problemas.

2. Variables didácticas

Las **variables didácticas** que se consideran para graduar la complejidad de las tareas matemáticas que niñas y niños realizan son:

- ❑ *Tipo de números que aparecen en los problemas:*
 - En los que se multiplica: un número de una cifra por 2, 4, 5, 8, 10, 100, múltiplo de 10 o de 100.
 - En los que se divide: un número de dos cifras entre un número de una cifra, de tal forma que el cociente sea 2, 4, 5, 8 y 10.
- ❑ *Forma en que se realiza el agrupamiento:*
 - Cantidad de objetos que se agrupan y cantidad de objetos en cada grupo.
 - Relación numérica entre la cantidad de objetos que se agrupan y la cantidad de objetos en cada grupo: el divisor es un múltiplo del dividendo; el divisor no es un múltiplo del dividendo, es decir, divisiones con resto.
 - Disponibilidad de los objetos que se agrupan: disponibles y no disponibles visualmente.
 - Disponibilidad de los grupos que se forman: disponibles y no disponibles visualmente.

3. Procedimientos

Los **procedimientos** que los niños y niñas construyen y se apropian para realizar las tareas matemáticas son:

- ❑ Para la **resolución de problemas** siguen una estrategia que considera las siguientes fases:
 - Reconocer el contexto en que se presenta el problema: relacionan la acción involucrada en el problema con repartir en partes iguales, agrupar en base a una medida e iterar una medida.
 - Identificar los datos y la incógnita. ¿Qué nos dice el problema? ¿Qué nos pide averiguar?
 - Reconocer la relación aritmética entre datos e incógnita para decidir si la operación que resuelve el problema es una multiplicación o una división.
 - Realizar la operación.
 - Interpretar el resultado obtenido en el contexto del problema.
- ❑ En la **multiplicación**:
 - Suman repetidas veces un mismo sumando: $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.
 - Usan la tabla pitagórica solo con las combinaciones 2, 4, 5, 8 y 10.

- Evocan las combinaciones multiplicativas básicas de 2, 4, 5, 8 y 10.
- Deducen tablas de multiplicar no conocidas a partir del doble de una conocida, por ejemplo: $4 \cdot 6$ es igual al *doble* de $2 \cdot 6$.
- Multiplican un número por 10 y un número por 100, agregando uno o dos ceros respectivamente. Ejemplo: $8 \cdot 10 = 8 \text{ veces } 10 = 80$.
- Multiplican un número de 1 cifra por un múltiplo de 10 ó 100, multiplicando el número de 1 cifra por la cifra distinta de cero en el otro número y agregar tantos ceros como ceros tenga el múltiplo.
Por ejemplo: $5 \cdot 30 = 5 \cdot 3 \cdot 10 = 15 \cdot 10 = 150$.
- Cuando uno de los factores tiene más de una cifra, dicho número se descompone canónicamente. Luego se efectúan las multiplicaciones parciales y, finalmente, se suman.

□ En la **división**:

- Restan repetidas veces la medida del grupo a la cantidad total de objetos o bien, restan un múltiplo de la medida a la cantidad total de objetos. Luego cuentan la cantidad de veces que se realizó la resta.
Por ejemplo: $50 : 5 \Rightarrow 50 - 5, 45 - 5, 40 - 5, \dots, 5 - 5$.
- Buscan el número que, multiplicado por el divisor, da como resultado o se aproxima lo más cerca posible sin pasarse, al dividendo. Por ejemplo, $20 : 5 = 4$, ya que $4 \cdot 5 = 20$. En caso de que el resto sea distinto de cero, se tiene que, por ejemplo, $22 : 5 = 4$, la igualdad se puede anotar como $22 = 4 \cdot 5 + 2$.

2//

4. Fundamentos centrales

- La multiplicación de dos números se puede interpretar como la suma reiterada de uno de los factores tantas veces como indica el otro factor.
Por ejemplo: $5 \cdot 4 = 5 \text{ veces } 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$.
- El campo de *problemas multiplicativos* incluye los problemas que se resuelven con una *multiplicación* y los que se resuelven con una *división*. Dentro de este campo están los problemas asociados a una relación de *proporcionalidad directa*, que son los que se estudian en esta unidad. Los problemas de *iteración de una medida* y los de *reparto equitativo*, ya conocidos por niños y niñas, son de este tipo. En esta unidad, a los problemas de iteración de una medida y de reparto equitativo, se incorporan los problemas de *agrupamiento en base a una medida*, que también son problemas asociados a una relación de proporcionalidad.

- ❑ Los problemas de **iteración de una medida** son aquellos en que la acción del problema sugiere repetir una determinada cantidad (*medida del grupo*) un determinado número de veces (*cantidad de grupos*). En este tipo de problemas la incógnita es la cantidad total y se resuelve efectuando el producto entre la cantidad de grupos y la cantidad de objetos que tiene cada grupo (*medida del grupo*), tal como muestra la siguiente relación:

$$\text{cantidad de grupos} \times \text{medida de grupo} = \text{cantidad total}$$

Por ejemplo, "Diego regala 3 tazos a cada uno de sus 5 amigos. ¿Cuántos tazos regaló?". Este problema se resuelve calculando $5 \cdot 3 = 5 \text{ veces } 3 = 15$.

- ❑ Los problemas de **reparto equitativo** son aquellos en que la acción del problema implica realizar un reparto de una determinada cantidad de objetos (*cantidad total*) entre un determinado número de personas o grupos (*cantidad de grupos*). La incógnita es la cantidad de objetos que le corresponde a cada grupo (*medida del grupo*).
- ❑ La *división* es la operación matemática que permite anticipar la cantidad de objetos que le tocará a cada participante de un reparto equitativo de objetos, conocida la cantidad total de objetos que se reparten y la cantidad de participantes.
- ❑ Para hacer el reparto equitativo, también se pueden repartir los objetos por "rondas", dando en cada ronda un objeto a cada participante. La cantidad de objetos que se ha dado a cada participante, corresponde a la cantidad de rondas que se han efectuado. Por tanto, se pueden hacer tantas rondas *como número de veces está contenida la cantidad de participantes en la cantidad total*. Por ello, estos problemas se pueden resolver calculando la división entre la cantidad total de objetos y la cantidad de participantes, sin necesidad de efectuar el reparto.
- ❑ Los problemas de **agrupamiento en base a una medida** son aquellos en que la acción del problema implica formar la mayor cantidad de grupos que sea posible, conocida la cantidad total de objetos y la cantidad de objetos por grupo (*medida de grupo*). En este tipo de problemas la incógnita es la *cantidad de grupos* que se pueden formar.
- ❑ Es posible *determinar*, sin necesidad de contar, la cantidad de grupos que se pueden formar, cuando se conoce la cantidad total de objetos con los que hay que formar grupos y la cantidad de objetos que tiene cada grupo (*medida del grupo*).
- ❑ La **división** es la operación que permite determinar, sin necesidad de formar los grupos, la cantidad de grupos que se pueden formar, conocida la cantidad total de objetos y la medida del grupo. Por cada grupo que se forma, se debe *restar* la cantidad de objetos del grupo a la cantidad de objetos que van quedando en la colección. Por tanto, se pueden formar tantos grupos como número de veces está contenida la

medida del grupo en la cantidad total de objetos. Así, la cantidad de grupos que se puede formar puede determinarse a través de *una división entre la cantidad total de objetos y la medida del grupo*. Para efectuar la división se puede buscar la cantidad de veces que se tiene que iterar la medida del grupo para acercarse lo más posible al total de la colección sin pasarse.

- ❑ En los problemas de agrupamiento en base a una medida no siempre es posible agrupar *todos los objetos*, dado que la cantidad de objetos a agrupar no siempre es un múltiplo de la cantidad de objetos que hay en cada grupo. En estos casos se trata de agrupar el máximo de objetos que sea posible. La cantidad de objetos que queda sin agrupar se asocia con el *resto de la división*. Dicha cantidad debe ser *menor que el divisor*, pues de lo contrario podría haberse formado otro grupo.
- ❑ Para *comprobar* el resultado de un problema de agrupamiento en base a una medida, y también de reparto equitativo, se realiza la multiplicación del divisor por el cociente y se verifica si coincide con el dividendo. En el caso de que la división no sea exacta, es decir, que tiene **resto**, al resultado de la multiplicación del divisor por el cociente hay que sumarle el resto y verificar si este resultado coincide con el dividendo. Cuando se dispone de objetos concretos, se realiza el agrupamiento o el reparto y se verifica si es correcto.
- ❑ Debido a que la división y multiplicación son *operaciones inversas entre sí*, podemos obtener un cociente pensándolo como el factor que multiplicado por el divisor, da como resultado el dividendo. Asimismo, esta reversibilidad permite formular problemas inversos entre sí.
- ❑ Por ello, la multiplicación y la división se parecen en que para efectuarlas en ambos casos hay que hacer multiplicaciones. Se diferencian en que, cuando multiplicamos dos números, sumamos repetidas veces un mismo número y el resultado es mayor que cualquiera de los dos sumandos. En cambio, cuando dividimos un número entre otro (dividendo entre divisor), restamos reiteradas veces el divisor al dividendo, o bien restamos un múltiplo del divisor al dividendo y el resultado es menor que el número que se está dividiendo.
- ❑ La división de un número **a** por un número **b**, que se anota **$a : b$** , se define como la cantidad de veces que **a** contiene a **b**. Para calcular el resultado, se *resta* reiteradamente **b** al valor **a**, o bien múltiplos de **b** al valor **a**, hasta que sea posible. El resultado de la división es la cantidad de veces que se resta **b** al valor **a** hasta obtener 0 o un valor menor que **b**. El valor **a** se denomina *dividendo*, **b** se denomina *divisor* y al resultado de la división se denomina *cociente*.
- ❑ Una *estrategia de resolución de problemas multiplicativos* incluye las siguientes fases: comprender el enunciado del problema; identificar datos e incógnita; establecer la relación de proporcionalidad directa entre estos y discernir la operación que hay que efectuar para responder a la pregunta del problema (multiplicación o división); efectuar los cálculos; comprobar el resultado e interpretar el resultado de las operaciones en el contexto del problema.

- ❑ Para efectuar una multiplicación en que uno de los factores es *par*, se puede recurrir a los *dobles*. Se trata de calcular la multiplicación a partir de una multiplicación ya conocida. Así por ejemplo, $4 \cdot 8$ se puede obtener a partir del *doble* de $2 \cdot 8$, es decir, $2 \cdot (2 \cdot 8)$. Este proceder es correcto, puesto que $4 \cdot 8 = (2 \cdot 2) \cdot 8 = 2 \cdot (2 \cdot 8)$ que es justamente “el doble de $2 \cdot 8$ ”. Como el resultado de $2 \cdot 8$ es conocido, obtener el doble será sencillo: $2 \cdot (2 \cdot 8) = 2 \cdot 16 = 32$. Este procedimiento se basa en la *propiedad asociativa de la multiplicación*.
- ❑ La multiplicación de un número por 10, 100 ó 1.000, se puede obtener agregando a este número tantos ceros como ceros tenga la potencia de 10. Por ejemplo, $5 \cdot 100$, que significa 5 veces 100 = 500.
- ❑ La multiplicación de un número por un múltiplo de 10 o de 100, por ejemplo $4 \cdot 300$, se puede obtener de la siguiente forma: 300 es lo mismo que 3 veces 100. Es decir, $4 \cdot 300$ es lo mismo que $4 \cdot (3 \cdot 100)$. Por la asociatividad de la multiplicación, $4 \cdot (3 \cdot 100) = (4 \cdot 3) \cdot 100 = 12 \cdot 100 = 1.200$.
- ❑ Para multiplicar un número de dos o más cifras por un número de una cifra, por ejemplo $4 \cdot 345$, se puede descomponer canónicamente el número de tres cifras, $300 + 40 + 5$, y efectuar las multiplicaciones parciales: $4 \cdot 300 = 1.200$, $4 \cdot 40 = 160$, $4 \cdot 5 = 20$. Luego se suman los resultados, $1.200 + 160 + 20 = 1.380$.

5. Descripción global del proceso de enseñanza y aprendizaje

El proceso parte en la **primera clase** proponiendo a niños y niñas actividades orientadas al estudio de las tablas multiplicativas del 4 y del 8. En un primer momento se busca que comprendan que 4 veces una cantidad es lo mismo que 2 veces el **doble** de esa cantidad. En esta clase los niños resuelven problemas de *iteración de una medida*. De esta forma niños y niñas calculan multiplicaciones de manera de sistematizar el procedimiento estudiado en esta clase.

En la **segunda clase** el proceso avanza proponiendo una actividad que involucra la acción de agrupar objetos en base a una medida. Por ejemplo, “A cada invitado a una fiesta hay que entregarle 5 fichas para participar en un sorteo. Si hay 30 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza?”. Las condiciones para realizar la actividad consideran que los niños tengan disponibles tanto los objetos como los grupos que se van formando, de manera que para responder la pregunta puedan hacer el agrupamiento físicamente. Al variar las condiciones de realización de esta actividad, es decir, restringiendo la disponibilidad visual de los objetos, permitirá que, a medida que avance la clase, niños y niñas vayan construyendo un procedimiento cada vez más cercano a la *división*.

En la **tercera clase** los niños se enfrentan a la necesidad de *anticipar* la cantidad de grupos que se pueden formar, conociendo la cantidad total de fichas y la cantidad de fichas que le corresponde a cada invitado. En efecto, al igual que en la clase anterior, los objetos a agrupar no están disponibles visualmente. Pero en esta clase se agrega

la condición de que tampoco están disponibles los grupos que se van formando. Esta condición provoca que los niños tengan la necesidad de ir registrando de alguna forma la cantidad de fichas que van quedando después de sacar un grupo de la caja, esto es, de *restar*. Posteriormente, se pide a los niños que determinen la cantidad de grupos que se pueden formar de **una sola vez**. Es aquí donde los niños tendrán que *anticipar* la cantidad máxima de grupos que se pueden formar con los objetos, es decir, tendrán que *dividir*. Pueden realizar esta anticipación en base a todas las experiencias previas que han ido viviendo en el desarrollo de esta actividad. Luego que el procedimiento de división surge como respuesta a la nueva situación, los niños trabajan resolviendo problemas diversos de proporcionalidad similares a los estudiados. Además, formulan un problema que se resuelve con una división y, frente a una lista de problemas, identifican la operación que los resuelve sin necesidad de realizar los cálculos para obtener la respuesta. Además, se propone un juego para que niños y niñas establezcan las semejanzas y diferencias entre los problemas de agrupamiento en base a una medida y los problemas de reparto equitativo.

En la **cuarta clase** niños y niñas trabajan *problemas de iteración de una medida* en donde uno de los factores es de dos o más cifras. Frente a estos casos, el procedimiento basado en sumas iteradas se hace ineficiente, por lo que se deberá construir uno nuevo. El procedimiento que se propone en esta clase se basa en la descomposición canónica del factor de más de una cifra y en la *propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición*. Interesa además en esta clase que, frente a una lista de problemas del campo multiplicativo, los niños identifiquen la operación que los resuelve sin necesidad de realizar los cálculos y que establezcan semejanzas y diferencias entre ellos.

El proceso se completa en la **quinta clase** trabajando y profundizando los aspectos sobre la multiplicación y división estudiados en las clases anteriores, sistematizando y articulando los nuevos conocimientos adquiridos con los ya conocidos. Los niños profundizan su conocimiento estableciendo relaciones entre los tres tipos de problemas estudiados. Parten resolviendo un problema de iteración de una medida y luego resuelven el problema de agrupamiento en base a una medida y/o de reparto equitativo asociado, cuya respuesta se obtiene sin efectuar la división, deduciéndola a partir del resultado del problema de iteración previamente resuelto. Esta tríada de problemas se repite tres veces.

En la **sexta clase** se aplica una prueba de finalización de la Unidad, que permite conocer el nivel de logro de los aprendizajes esperados.

6. Sugerencias para trabajar los aprendizajes previos

Antes de dar inicio al estudio de la Unidad, es necesario realizar un trabajo sobre los aprendizajes previos. Interesa que los niños y niñas activen los conocimientos necesarios para que puedan enfrentar adecuadamente la Unidad y lograr los aprendizajes esperados en ella. El profesor debe asegurarse de que todos los niños y niñas:

- **Componen y descomponen canónicamente números de hasta tres cifras.**

Es necesario que los estudiantes sean capaces de descomponer números de 2 y 3 cifras. Por ejemplo, descomponer 74, 583, 685, etc.

- **Evocan algunas combinaciones multiplicativas básicas, aquellas que corresponden a la multiplicación de un número de una cifra por 2, 5 y 10; y las divisiones asociadas.**

Es necesario que sean capaces de recordar estas combinaciones multiplicativas básicas. Por ejemplo, $5 \cdot 6$, $10 \cdot 8$, $2 \cdot 7$, etc. Si algunos niños o niñas tienen dificultad para evocarlas se recomienda introducir parte de la "tabla pitagórica", es decir, que contenga solamente la tabla del 2, 5 y 10. En la siguiente Tabla Pitagórica se ha destacado una de las posibilidades para obtener el producto de $5 \cdot 6$:

•	2	5	10
1	2	5	10
2	4	10	20
3	6	15	30
4	8	20	40
5	10	25	50
6	12	30	60
7	14	35	70
8	16	40	80
9	18	45	90
10	20	50	100

- **Resuelven sumas y restas utilizando procedimientos resumidos.**

Utilizan procedimientos resumidos para resolver restas de números de hasta tres cifras. Se puede proponer a los niños que, en forma ordenada, presenten a sus compañeros el cálculo de alguna suma inventada por ellos, y que luego discutan la respuesta y la forma en que la calcularon.

- **Reconocen la conmutatividad en la multiplicación.**

Es necesario que reconozcan que es lo mismo multiplicar $2 \cdot 5$ que $5 \cdot 2$. Se puede pedir que calculen primero una multiplicación, $2 \cdot 5$, luego que calculen la multiplicación $5 \cdot 2$ y, finalmente, comparen los resultados.

II ESQUEMA

APRENDIZAJES ESPERADOS

Clase 6

- Evaluación de los aprendizajes esperados de la unidad mediante una prueba escrita.

Clase 5

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas de iteración de una medida, agrupamiento en base a una medida y de reparto equitativo. • Identifican la operación que resuelve un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas presentados a través de una situación gráfica y a través de enunciado. • Las multiplicaciones y los problemas de iteración de una medida, se plantean en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. • Divisiones que se efectúan son de un número de hasta dos cifras por uno de una cifra y sin resto, planteadas en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. • Divisiones que se deducen por el razonamiento de multiplicación asociada, involucran dividendo de hasta tres cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> • La división se deduce a partir de la multiplicación previamente efectuada. • Todas las técnicas estudiadas en clases anteriores. 	<ul style="list-style-type: none"> • Todos los fundamentos de la Unidad.

Clase 4

TAREAS MATEMÁTICAS	CONDICIONES	TÉCNICAS	FUNDAMENTOS CENTRALES
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas de iteración de una medida, de reparto equitativo y de agrupamiento. • Identifican la operación que re-suelve un problema sin realizar los cálculos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas presentados a través de una situación gráfica y a través de enunciado. • En las multiplicaciones uno de los factores es un número de hasta tres cifras y el otro es 2, 4, 5, 8, 10, un múltiplo de 10 o de 100. • Divisiones que se efectúan son de un número de hasta dos cifras por uno de una cifra y sin resto, planteadas en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. • Divisiones que se deducen por el razonamiento de multiplicación asociada, involucran dividendo de hasta cuatro cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Para calcular una multiplicación de un número de hasta tres cifras por otro de una cifra, descomponer canónicamente el factor que tiene más de una cifra y cada sumando multiplicarlo por el factor de una, luego sumar los productos parciales. Por ejemplo: $345 \cdot 4 = (300 + 40 + 5) \cdot 4 = 300 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 1.200 + 160 + 20 = 1.380$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Para multiplicar un número por un múltiplo de 10 ó 100 se utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación. Por ejemplo, $3 \cdot 400 = 3 \cdot (4 \cdot 100) = (3 \cdot 4) \cdot 100 = 12 \cdot 100 = 1.200$. Un procedimiento eficaz para multiplicar un número de dos o más cifras por un número de una cifra, consiste en descomponer canónicamente el número y luego calcular los productos parciales. Este procedimiento se basa en la propiedad distributividad de la multiplicación sobre la suma.

Clase 3

<p>TAREAS MATEMÁTICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelven problemas de agrupamiento en base a una medida y de reparto equitativo. Formulan problemas. 	<p>CONDICIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de enunciados. Las multiplicaciones y los problemas de iteración de una medida, se plantean en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. Divisiones de un número de hasta dos cifras por uno de una cifra y sin resto, planteadas en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. En los problemas de agrupamiento: <ul style="list-style-type: none"> Los objetos que se deben agrupar no están dispuestos visualmente, y tampoco los grupos que se forman. Se deben formar todos los grupos de una vez. 	<p>TÉCNICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Para encontrar el cociente de la división, se apoyan en las tablas de multiplicar. En las divisiones con resto: buscar el número que más se acerca al dividendo y restan para obtener el resto. 	<p>FUNDAMENTOS CENTRALES</p> <ul style="list-style-type: none"> La operación que permite anticipar el resultado de un problema de reparto equitativo y de agrupamiento es la división. Ampos tipos de problemas se modelan por la expresión: grupos \cdot objetos por grupo = total. Y como en uno u otro caso se desconoce uno de los factores, la división entre el total de objeto y el otro factor conocido permite resolver el problema.
---	--	---	---

Clase 2

<p>TAREAS MATEMÁTICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelven problemas de iteración de una medida y agrupamiento en base a una medida. Formulan preguntas frente a una situación dada. 	<p>CONDICIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas presentados a través de una situación concreta y a través de un enunciado. Las multiplicaciones y los problemas de iteración de una medida, se plantean en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. En los problemas de agrupamiento en base a una medida: <ul style="list-style-type: none"> Todos los objetos están disponibles. Los objetos que se deben agrupar no están dispuestos visualmente, pero sí los grupos que se van formando. 	<p>TÉCNICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Agrupar todos los objetos y luego contar los grupos que se forman. Restan repetidas veces la medida del grupo a la cantidad total de objetos, o bien, restan un múltiplo de la medida a la cantidad total de objetos. Luego cuentan la cantidad de veces que se realizó la resta. 	<p>FUNDAMENTOS CENTRALES</p> <ul style="list-style-type: none"> No siempre se pueden agrupar todos los objetos de la colección con una medida de grupo determinada. Los objetos que quedan sin agrupar se asocian al resto de la división. Para determinar la cantidad de grupos que se pueden formar, conocida la cantidad total de objetos y la medida del grupo, la acción de formar un grupo se puede asociar a la acción de quitar a la cantidad total la medida del grupo. En consecuencia, se pueden formar tantos grupos como veces se puede quitar la medida al total de objetos.
---	--	---	--

Clase 1

<p>TAREAS MATEMÁTICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelven problemas de iteración de una medida. 	<p>CONDICIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas presentados a través de un enunciado. Las multiplicaciones y los problemas de iteración de una medida, se plantean en el ámbito de las tablas de 2, 4, 5, 8 y 10. 	<p>TÉCNICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Para calcular una multiplicación no conocida, calculan el doble de una multiplicación conocida. 	<p>FUNDAMENTOS CENTRALES</p> <ul style="list-style-type: none"> La operación matemática que permite resolver los problemas de iteración es la multiplicación. La multiplicación de un número por 4 o por 8, como por ejemplo, $4 \cdot 6$, es equivalente a multiplicar $2 \cdot (2 \cdot 6)$ debido a la propiedad asociativa de la multiplicación.
--	--	--	---

III

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE: ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica para esta unidad consiste en profundizar en el estudio de los problemas multiplicativos que involucran una relación de proporcionalidad directa. Se tiene como punto de partida los conocimientos que los niños ya tienen sobre la *multiplicación* y *división* como operaciones que permiten resolver problemas de *iteración de una medida* y *de reparto equitativo*, respectivamente. Esta unidad busca ampliar los conocimientos de los niños y niñas incorporando problemas de *agrupamiento en base a una medida*. Interesa muy especialmente que niños y niñas establezcan relaciones entre los tres tipos de problemas y entre las operaciones que permiten resolverlos, es decir, entre la multiplicación y la división. Sigue siendo parte fundamental de la estrategia que niños y niñas construyan nuevo conocimiento a partir de una necesidad real que se les plantea. Así, las condiciones bajo las cuales realizan las distintas situaciones propuestas a lo largo de las clases, provocan que sus procedimientos, basados en conocimientos antiguos, se hagan ineficaces y tengan que recurrir a otros. En el caso de los problemas de agrupamiento, deberán recurrir a la división y para efectuar las multiplicaciones, construirán un procedimiento basado en la descomposición canónica de los números.

Los problemas multiplicativos asociados a una relación de proporcionalidad directa involucran tres magnitudes; la **cantidad total** de elementos de una colección, la **cantidad de grupos** que se tienen, deben o pueden formar con esa colección y la cantidad de elementos que tiene cada grupo que llamaremos **medida del grupo**.

La *medida del grupo* es justamente la magnitud que permite establecer la relación de proporcionalidad entre la *cantidad total de objetos* y la *cantidad de grupos*, ya que esta medida es la *misma para todos los grupos*. De esta forma podemos establecer la siguiente relación:

$$\text{cantidad de grupos} \times \text{medida de grupo} = \text{cantidad total}$$

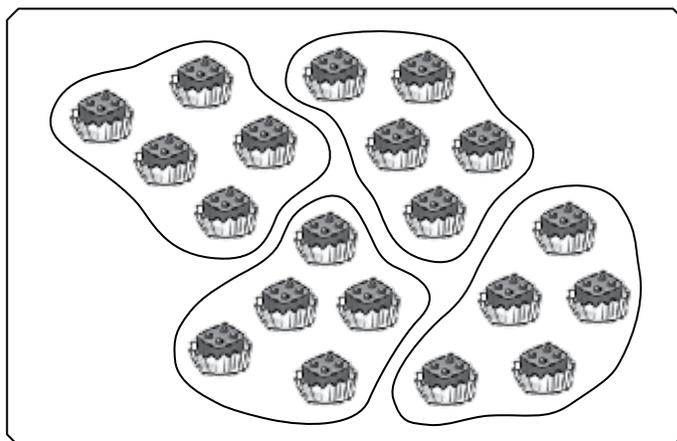
Tanto los problemas de *iteración de una medida*, como de *reparto equitativo* y de *agrupamiento en base a una medida* están asociados a este tipo de relación.

A continuación se presenta una descripción de las situaciones problemáticas que dan origen a cada uno de los tipos de problemas multiplicativos relacionados con una relación de proporcionalidad. Veámoslas con un ejemplo:

Problemas simples de proporcionalidad directa					
Problema	Cantidad total de objetos	Cantidad de grupos	Medida del grupo	Operación que resuelve el problema	Tipo de Problema
(1) Francisca repartió equitativamente 20 chocolates entre sus 4 amigas. ¿Cuántos chocolates le tocaron a cada amiga?	20 chocolates	4 amigas	?	$20 : 4$	Reparto equitativo
(2) Francisca compró 4 bolsas con 5 chocolates cada una. ¿Cuántos chocolates compró en total?	?	4 bolsas	5 chocolates en cada bolsa	4×5	Iteración de una cantidad de medida
(3) Francisca tenía 20 chocolates e hizo paquetes de 5 chocolates cada uno. ¿Cuántos paquetes obtuvo?	20 chocolates	?	5 chocolates en cada paquete	$20 : 5$	Agrupamiento en base a una medida

El problema (1) es un problema de reparto equitativo. En estos problemas, por lo general, hay que determinar la cantidad de objetos que le corresponden a cada grupo del reparto para que sea equitativo.

Si se realiza el reparto de 20 chocolates entre 4 amigas, dándole cada vez un chocolate a cada una, llamaremos "ronda" a la acción que resulta de darle un chocolate a cada niña. La cantidad de chocolates que tiene cada amiga corresponde a la cantidad de rondas que se han efectuado. De ese modo, la cantidad de chocolates que le tocan a cada una coincide con el total de "rondas" efectuadas una vez finalizado el reparto. Como hay cuatro amigas, en cada ronda se reparten cuatro chocolates y, por tanto, para anticipar para cuántas rondas alcanza se debe calcular la cantidad de veces que se puede quitar 4 chocolates a la colección de chocolates, correspondiendo cada vez a una ronda. Como ese procedimiento es una resta iterada ($20 - 4, 16 - 4, 12 - 4, \dots$) entonces la operación que resuelve el problema es $20 : 4$, es decir, las veces que cabe el 4 en el 20.



<i>cantidad total</i>		<i>cantidad de grupos</i>		<i>medida de grupo</i>
20 chocolates	:	4 grupos	=	? chocolates

En este caso la relación de este problema con la expresión “*cantidad de grupos x medida de grupo = cantidad total*” no es evidente. La cantidad de amigas corresponde a la *cantidad de grupos* que se deben formar (4 amigas), mientras que la cantidad de chocolates a repartir corresponde a la *cantidad total* y la *cantidad de chocolates que le toca a cada una* corresponde a la *medida del grupo*, que en este caso es la incógnita del problema. De esa forma, podemos determinar la medida del grupo buscando aquella medida que, multiplicada por el número de grupos (4 amigas), se acerque lo más posible, pero sin pasarse, al total de chocolates, de manera que podemos escribir:

<i>cantidad de grupos</i>		<i>medida de grupo</i>		<i>cantidad total</i>
4 amigas	x	? chocolates por amiga	=	20 chocolates

En esta clase se espera que niños y niñas resuelvan este tipo de problemas efectuando una división, puesto que en la Segunda Unidad Didáctica de este mismo curso, trabajaron estos problemas.

El problema (2), es un problema de iteración de una medida. En estos problemas, por lo general, se tiene que calcular el resultado de iterar una determinada medida una cantidad determinada de veces. En este caso la relación de este problema con la expresión “*cantidad de grupos x medida de grupo = cantidad total*” es evidente dado que podemos plantear:

<i>cantidad de grupos</i>		<i>medida de grupo</i>		<i>cantidad total</i>
4 grupos	x	5 chocolates por grupo	=	? chocolates

El problema (3) es de agrupamiento en base a una medida. En este caso se conoce la cantidad de objetos que se deben agrupar y la cantidad de objetos que le toca *a cada grupo*; se debe averiguar para cuántas personas o partes alcanzan los objetos, o bien la cantidad de grupos que se pueden formar. En el caso del ejemplo, 20 es la cantidad total de chocolates, 5 chocolates por paquete es la *medida del grupo* y se debe averiguar la cantidad de paquetes que se pueden formar.

<i>cantidad total</i>		<i>medida de grupo</i>		<i>número de grupos</i>
20 chocolates	:	5 chocolates por grupo	=	? paquetes

La relación entre los problemas de *agrupamiento en base a una medida* y los de *iteración de una medida* es bastante más evidente que en el caso de los problemas de *reparto*

equitativo, dado que en ambos casos aparecen explícitamente las nociones de *medida*, *cantidad total* y *cantidad de grupos*. De ese modo, si se utiliza la relación “*cantidad de grupos x medida de grupo = cantidad total*”, para plantear el problema tendríamos que:

<i>cantidad de grupos</i>		<i>medida de grupo</i>		<i>cantidad total</i>
? paquetes	x	5 chocolates por paquete	=	20 chocolates

□ Reparto y agrupamiento no exactos

Hay problemas en los cuales no se pueden repartir equitativamente todos los objetos o que no se puede agrupar todos los objetos usando una misma medida. Esto sucede cuando la cantidad total no es múltiplo de la cantidad de grupos que se deben formar (en el caso de problemas de agrupamiento en base a una medida) o bien, no es múltiplo de la medida del grupo (en el caso de los problemas de reparto equitativo). Por ejemplo:

- “Janet quiere repartir equitativamente 23 chocolates entre sus 4 amigas. ¿Cuántos chocolates le tocarán a cada amiga?”*
- “Janet tiene 23 chocolates y quiere hacer paquetes de 4 chocolates cada uno. ¿Cuántos paquetes podrá hacer?”*

En estos casos para responder a los problemas se debe considerar que se reparten o agrupan la máxima cantidad posible de objetos de la colección, quedando en ambos casos objetos de la colección por repartir o agrupar. A la cantidad que queda sin repartir o sin agrupar se le denomina **resto**. Dicho resto siempre debe ser una cantidad menor que el cociente, puesto que en el caso contrario significaría que se puede repartir un objeto más a cada grupo o que se puede formar un grupo más.

En el ejemplo a) la respuesta al problema es que la cantidad de chocolates que le tocan a cada amiga es 5 chocolates y quedan 3 chocolates sin repartir.

En el ejemplo b) podemos considerar como solución que la cantidad de paquetes que se pueden hacer es 5, quedando 3 chocolates sin agrupar.

Es importante tener presente que la cantidad total a la que hace referencia la expresión “*cantidad de grupos x medida de grupo = cantidad total*” es la cantidad total efectivamente repartida o agrupada, cantidad que en caso de que la división no sea exacta, no coincide con la cantidad total a repartir o a agrupar. En esos casos, si se quiere tener una expresión que relacione la cantidad de grupos, la medida de los grupos y la cantidad total a repartir o a agrupar basta con añadir el resto de la división al producto entre la cantidad de grupos y la medida del grupo, tal y como muestra la expresión:

$$\text{cantidad de grupos} \times \text{medida de grupo} + \text{resto} = \text{cantidad total a repartir o agrupar}$$

Esta expresión puede ser utilizada para comprobar el resultado de las divisiones con resto.

Para poder comprender bien los problemas de *agrupamiento en base a una medida* y de *reparto equitativo* creemos que es necesario profundizar sobre el significado de cada una de las dos divisiones. En el problema (1) la división 20:4 significa 20 chocolates que se reparten equitativamente entre 4 personas, siendo el resultado de la división la cantidad (o medida) de chocolates que corresponden a cada amiga, mientras que en el problema (3) la división 20:5 significa que 20 chocolates se agrupan en grupos de 5 chocolates, siendo el resultado de la división la cantidad de grupos que se obtienen.

Tal como señalamos más arriba, el trabajo de niños y niñas en esta unidad está orientado a poder establecer semejanzas y diferencias entre estos tipos de problemas.

Las semejanzas entre los problemas de reparto equitativo y de agrupamiento en base a una medida son:

- ❑ Ambos son problemas multiplicativos de proporcionalidad directa en los que se conoce el total de objetos.
- ❑ Ambos problemas se resuelven mediante una división.

Las diferencias son:

- ❑ Dada la cantidad total de objetos de la colección, en el problema (1) la incógnita es la cantidad de objetos que hay en cada grupo (medida del grupo), teniendo como segundo dato el número de grupos que hay que formar, mientras que en el problema (2) la incógnita es la cantidad de grupos que se pueden formar, teniendo como segundo dato la medida del grupo.
- ❑ La acción de agrupar se hace formando grupos uno tras otro. La formación de grupos finaliza cuando la cantidad de objetos que quedan por agrupar es menor que la medida del grupo. Por el contrario, en la acción de repartir equitativamente se distribuyen los objetos por "rondas" dando un objeto a cada participante. El reparto finaliza cuando la cantidad de objetos que queda por repartir es menor que la cantidad de participantes del reparto.

Para que niños y niñas puedan distinguir la operación que resuelve un problema dado, así como también puedan establecer y justificar las semejanzas y diferencias entre estos tipos de problemas, se hace necesario que dispongan de una estrategia de resolución frente a dichos problemas, que incluya la lectura y comprensión global del problema antes de decidir, de forma apresurada y poco reflexionada, la operación que deben realizar. En esta unidad, como en unidades anteriores, se propone que los niños trabajen con dibujos esquemáticos que les permitan pensar y representar la relación entre datos e incógnita del problema y, a partir de este dibujo, discernir la operación que lo resuelve.

En la cuarta clase de esta unidad los niños se ven enfrentados a la tarea de resolver problemas multiplicativos diversos que incluye los tres tipos de problemas estudiados. Se hace especialmente necesario que los niños dispongan de una herramienta para pensar el problema y discernir la operación que lo resuelve. Por ello, en la estrategia didáctica de esa clase aparecen propuestos los esquemas que permiten representar las relaciones entre datos e incógnita en cada uno de los tres tipos de problemas multiplicativos que se estudian en esta unidad.

A continuación aparecen descritas cada una de las clases de la unidad, detallando las tareas matemáticas que se realizan en cada clase y las actividades que se efectúan para ello; los conocimientos matemáticos que se ponen en juego al realizarlas; la intención didáctica que se persigue en cada caso; y algunas orientaciones para la gestión del docente. La descripción de cada clase está organizada en función de sus tres momentos: de *inicio*, *desarrollo* y *cierre*. Algunos aspectos importantes para una buena gestión del proceso de enseñanza aprendizaje, y que son comunes a cualquier clase, son:

- ❑ Iniciar cada clase poniendo en juego los conocimientos de la(s) clase(s) anterior(es).
- ❑ Dejar espacio para que las niñas y niños propongan y experimenten sus propios procedimientos.
- ❑ Mantener un diálogo permanente con los niños y propiciarlo entre ellos, sobre el trabajo que se está realizando sin imponer formas de resolución.
- ❑ Permitir que los niños se apropien íntegramente de los procedimientos destacados en la unidad.
- ❑ Promover una permanente evaluación del trabajo que se realiza.
- ❑ Finalizar cada clase con una sistematización y justificación de lo trabajado, anotando los conocimientos esenciales en el cuaderno.

PRIMERA CLASE

Momento de inicio

Niños y niñas trabajan en la **Ficha 1** en donde hay problemas de iteración de una medida que tienen por finalidad buscar un procedimiento para calcular multiplicaciones, en que uno de los factores es 2, 5 ó 10, a partir del cálculo del doble de una multiplicación conocida.

Los problemas que ahí aparecen son del siguiente tipo: *“Raúl tiene 2 cajas. Cada caja tiene en su interior 2 bolsas con 5 dulces cada una. ¿Cuántos dulces tiene Raúl?”*

Una vez que los niños y niñas hayan resuelto el problema 1, de la **Ficha 1**, se realiza una discusión sobre los procedimientos que usaron. Para ello los niños explican sus procedimientos y se formulan preguntas cuando algún procedimiento no resulta comprensible para ellos. Posteriormente el profesor(a) pide que analicen los procedimientos de la pregunta 2.

Interesa que los niños y niñas comprueben que la cantidad de dulces se puede calcular de diferentes maneras, pero el total de dulces es el mismo. Además que al comparar el procedimiento utilizado por "Lorena" y "Enrique", se concluya que lo que hizo Lorena es equivalente a multiplicar $4 \cdot 5$ y lo que hizo Enrique fue $2 \cdot 2 \cdot 5$.



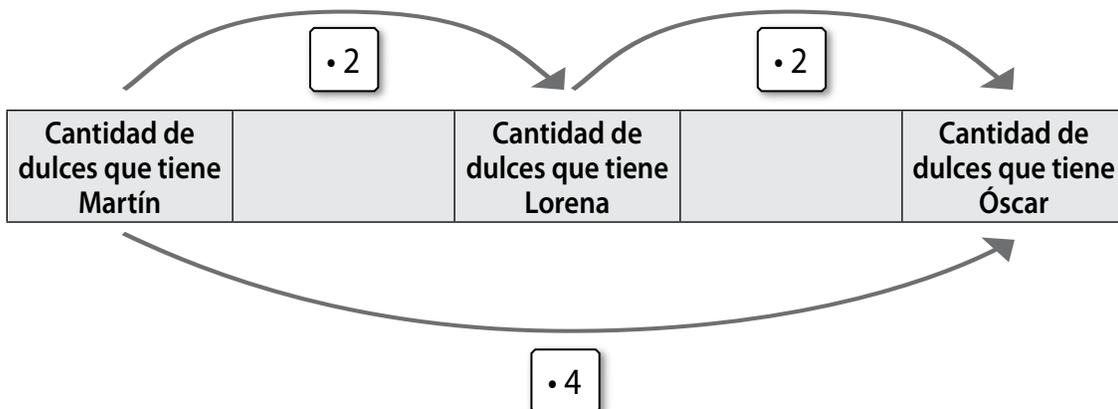
Momento de desarrollo

En este momento avanzaremos en la construcción de las tablas de multiplicar del 4 y 8, apoyados en el concepto de "dobles de", de tal manera de ampliar las combinaciones multiplicativas básicas (CMB) y poder efectuar las operaciones con mayor rapidez.

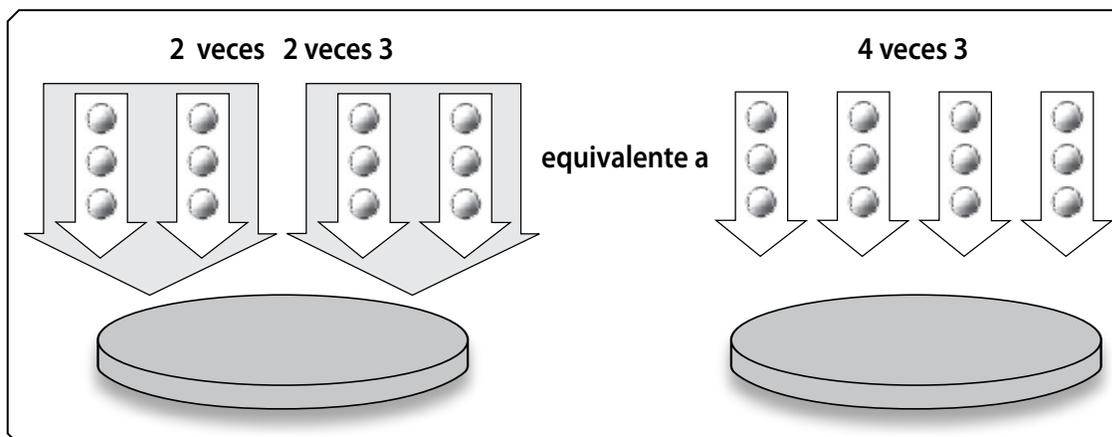
Niños y niñas trabajan en la **Ficha 2** en donde deben completar una tabla como la que aparece a continuación, de manera de observar regularidades y, a partir de estas, construir las tablas del 4 y 8.

Cantidad de dulces que tiene Martín	Lorena tiene el doble de dulces que Martín	Óscar tiene el doble de dulces que Lorena
1	2 veces $1 = 2$	2 veces $2 = 4$
2	2 veces $2 = 4$	2 veces $4 = 8$
3		
4		

Después de completar la tabla, responden preguntas que tienen por finalidad "descubrir" la relación que hay entre la primera columna y la tercera columna, es decir, que 4 veces un número es lo mismo que 2 veces 2 veces ese número.



Es conveniente que niños y niñas se apoyen, además de la tabla, en una representación gráfica que les permita identificar que es lo mismo calcular "4 veces 3" que calcular "el doble de 2 veces 3".



En otras palabras, considerando que 4 es dos veces 2, el producto de $4 \cdot 6$ es dos veces el producto $2 \cdot 6$. Se calcula primero el producto, $2 \cdot 6$ puesto que esta combinación multiplicativa ya la conocen, cuyo resultado es 12 y luego, calculan 2 veces 12, que es igual a $12 + 12$ por lo que el resultado es 24.

Producto a calcular	Doble de	Doble del doble	Resultado
$4 \cdot 3$	$2 \cdot 3 = 6$	$6 + 6$	12
$4 \cdot 9$	$2 \cdot 9 = 18$	$18 + 18$	36

La propiedad matemática que fundamenta este procedimiento es la asociatividad de la multiplicación. Es decir, el producto $4 \cdot 6$ se puede escribir como $2 \cdot 2 \cdot 6$ y, al igual a lo trabajado en el momento de inicio, se puede resolver primero el producto $2 \cdot 6$ y luego sumarlo dos veces por sí mismo.

En resumen, para calcular el cuádruplo de un número se calcula el doble de ese número y dicho resultado se suma consigo mismo.

Análogamente, considerando que 8 es dos veces 4, los resultados de la tabla del 8 se pueden obtener mediante el procedimiento de calcular el doble de los correspondientes resultados de la tabla del 4. Por ejemplo:

Producto	Doble de	Cálculo	Resultado
$8 \cdot 3$	$4 \cdot 3 = 12$	$12 + 12$	24
$8 \cdot 7$	$4 \cdot 7 = 28$	$28 + 28$	56

Al igual que en el caso del producto en donde uno de los factores es 4, aquí se puede escribir $8 \cdot 3$ como $2 \cdot 4 \cdot 3$. Se calcula primero el producto $4 \cdot 3$ y luego se suma por sí mismo dos veces ese resultado.

Se puede utilizar un esquema similar para representar este hecho matemático.

En resumen, para calcular el óctuplo de un número se calcula el cuádruplo de ese número y dicho resultado se suma consigo mismo.

Los niños y niñas completan la **Ficha 3** que tiene por finalidad sistematizar las tablas del 4 y del 8.

Momento de cierre

Se sistematiza los conocimientos que aparecieron en la clase preguntando al curso cómo resolvieron las *multiplicaciones* que aparecieron.



Se espera que niños y niñas digan en sus palabras que:

- Multiplicar por 2 es lo mismo que calcular el doble de un número.
- Multiplicar un número por 10 es lo mismo que agregarle un cero.
- Una multiplicación de un número por 4 es lo mismo que multiplicar ese número por 2 y el resultado obtenido multiplicarlo nuevamente por 2. Es decir, calcular el doble del doble.
- Una multiplicación de un número por 8 es lo mismo que multiplicar ese número por 4 y el resultado obtenido multiplicarlo por 2.

SEGUNDA CLASE

También se sistematizan las tablas del 4 y 8, anotándolas en la pizarra. El profesor puede traerlas escritas en una cartulina y pegarlas en la pared. De aquí en adelante niños y niñas pueden tener a su disposición la tabla Pitagórica solamente con las combinaciones multiplicativas estudiadas (**Material 1**).

Momento de inicio

La clase parte proponiendo una actividad colectiva llamada “**¿Para cuántos invitados alcanza?**”. Niños y niñas trabajan en grupos de a 4. Para realizar la actividad se necesitan *fichas* que pueden ser tapitas de botella, bolitas, palos de helado, etc. A lo menos se necesitan 100 de estas fichas por parejas.

El profesor o profesora plantea problemas del tipo: “*A cada invitado a una fiesta hay que entregarle 5 fichas para participar en un sorteo. Si hay 30 fichas, ¿para cuántos invita-*

dos alcanza?”. El profesor da un tiempo adecuado para que, por parejas, niños y niñas puedan resolver el problema. Luego, coloca en la mesa 30 fichas para que se pueda resolver el problema e invita a un niño o niña adelante para que muestre cómo lo resolvió. Dado que en esta actividad los niños tienen disponibles las fichas, lo más probable es que forme grupos de 5 fichas y luego cuente los grupos. En este procedimiento se debe destacar el gesto matemático que se hace cuando se forma un grupo.

A continuación, el profesor o profesora repite la actividad cambiando la cantidad total de fichas y/o la cantidad de fichas por grupo; los niños deben registrar sus respuestas en la **Ficha 4 “¿Cuántos invitados son?”**.

Luego, niños y niñas trabajan en la **Ficha 5**, en donde aparecen problemas similares a los trabajados en el juego.

Momento de desarrollo

Se comienza proponiendo una actividad colectiva similar al momento de inicio en la cual niños y niñas trabajan en grupos de a 4; la actividad se llama **“¿Para cuántos invitados alcanza?”**. Para realizar la actividad se necesitan los siguientes materiales:

- Fichas (pueden ser tapitas de botella, bolitas, palos de helado, etc.). A lo menos se necesitan 100 de estas fichas.
- Una caja opaca o que no se pueda ver en su interior.

Condiciones de la actividad:

- Los niños y niñas no tienen disponibles a la vista las fichas.
- La caja solo deberá manipularla el profesor o profesora; cuando sea el momento de verificar, los niños no deben ver cuántas fichas van quedando en la caja después de sacar un grupo de fichas, pues se desea evitar que estimen a simple vista si alcanza o no para otro invitado más.

El profesor o profesora plantea la siguiente situación: *“A cada invitado a una fiesta, hay que entregar 4 fichas para participar en un sorteo. Si hay 24 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza?”*.

A continuación, el profesor invita a un niño o niña adelante para que resuelva este problema y, a su vez, verifique su respuesta. Para ello, el profesor echa en la caja 24 fichas. Se trata de que el niño pueda ir proponiendo sacar de la caja tantos grupos de a 4 fichas como crea necesario para obtener la respuesta. La idea no es que diga de antemano para cuántos grupos alcanza sino que, mediante la manipulación de las fichas que hay en la caja y de las que se van sacando, pueda ir calculando su respuesta.

Después que el niño o niña propone su primera respuesta, el profesor saca de la caja tantos grupos de fichas como invitados haya dicho el niño o niña. Al mismo tiempo, formula preguntas como, por ejemplo: “¿Quedan fichas en la caja?” “¿Cuántas?” “¿Qué hiciste para saber que quedaba esa cantidad?” “¿Alcanzarán las fichas para otro invitado más?”. Luego pedirá al niño o niña que explique sus procedimientos para calcular cuántas fichas ha sacado de la caja y cuántas fichas quedan. Se espera que, si quedan fichas, responda a la pregunta “¿Para cuantos invitados más alcanzarán las fichas de la caja?”.

Un procedimiento posible para responder al problema puede ser por tanteo, en cuyo caso lo más probable es que se responda erróneamente. Lo más importante en este momento es que niños y niñas expliquen sus procedimientos y no que respondan correctamente el problema, de tal manera que puedan imaginar algún tipo de procedimiento más allá del tanteo. En este sentido, se espera que las preguntas del profesor, señaladas anteriormente, permitan a los alumnos construir procedimientos para responder el problema.

Se vuelve a plantear la situación dos o tres veces más, variando la cantidad total de fichas y la cantidad de invitados a la fiesta, cuidando que la cantidad de fichas a agrupar sea un múltiplo de la cantidad de fichas por grupo y que, además, estén en el ámbito de las tablas del 2, 4, 5, 8 y 10.

El que niños y niñas no tengan disponibles visualmente las fichas hace necesario que, para determinar la cantidad de grupos que se pueden formar, los niños tengan que llevar la cuenta de los objetos que van quedando dentro de la caja, puesto que es la información necesaria para determinar si se puede formar otro grupo o no, mientras van formando los grupos.

Se pueden dar los siguientes casos para determinar la mayor cantidad de grupos que se pueden formar:

- *Determinan la cantidad de grupos restando reiteradamente de 4 en 4 hasta que la cantidad de fichas no alcance para hacer otro grupo. Es decir, ir restando de a un grupo a la cantidad total de objetos que se tienen que agrupar. Por ejemplo,*

$$\begin{array}{l}
 24 - 4 = 20 \\
 \rightarrow 20 - 4 = 16 \\
 \rightarrow 16 - 4 = 12 \\
 \rightarrow 12 - 4 = 8 \\
 \rightarrow 8 - 4 = 4 \\
 \rightarrow 4 - 4 = 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 24 - 4 = 20 \\ 20 - 4 = 16 \\ 16 - 4 = 12 \\ 12 - 4 = 8 \\ 8 - 4 = 4 \\ 4 - 4 = 0 \end{array}} \right\} 6 \text{ veces}$$

La respuesta sería “alcanza para 6 invitados”.

- *Determinan la cantidad de grupos restando más de un grupo a la vez. Por ejemplo, niños o niñas podrían decir que: "como 5 veces 4 es 20 y tengo 24 fichas, $24 - 20 = 4$, y ahora con las 4 fichas que quedan debo averiguar para cuántos invitados alcanzan".*

Para 4 invitados
ocupo $5 \cdot 4 = 20$
fichas.

$$\left\{ \begin{array}{l} 24 - 4 = 20 \longrightarrow 5 \text{ veces } 4 \\ 4 - 4 = 0 \longrightarrow \underline{1 \text{ vez más}} \end{array} \right.$$

$$5 \text{ veces} + 1 \text{ vez} = 6 \text{ veces}$$

La respuesta sería "alcanza para 6 invitados".

En esta clase se busca que los niños y niñas relacionen los datos involucrados con los gestos que hace al agrupar; es así como se espera que comprendan que para saber cuántas fichas van quedando en la caja cada vez que formo un grupo, se debe restar 4 fichas a la cantidad que va quedando, y que reconozcan que la cantidad de grupos que se pueden formar coincide con la cantidad de grupos que se fueron formando y sacando de la caja.

El profesor identifica a niños o niñas que han efectuado distintos procedimientos y les pide que los compartan con la clase en la pizarra. **Es importante que destaque aquel procedimiento que sea más efectivo para resolver el problema.**

Se sigue la actividad planteando problemas similares en donde no se podrán utilizar todas las fichas, es decir, la cantidad de fichas no es un múltiplo de la cantidad que le toca a cada invitado. Por ejemplo, "En la caja hay 34 fichas; si a cada invitado le doy 8 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza?" El profesor repite el procedimiento y las preguntas del primer problema hasta que no puedan seguir repartiendo 8 fichas más. La respuesta sería 4, ya que $4 \cdot 8 = 32$ y es el producto que más se acerca a 34, quedando 2 fichas en la caja, no pudiéndose formar otro grupo. Registran sus respuestas en la **Ficha 6**: "¿Para cuántos invitados alcanza?".

El profesor o profesora entrega a niños y niñas la **Ficha 7** donde aparecen problemas similares a los estudiados en esta clase.

Momento de cierre

Se organiza una discusión en torno a cómo resolver los problemas planteados y qué procedimientos utilizaron las niñas y niños. El profesor o profesora, con la ayuda de la clase, concluye que:

- Para saber para cuántos invitados alcanza, bastará con hacer los grupos de la medida indicada y luego contar los grupos.
- La cantidad de grupos que se pueden formar es igual a la cantidad de veces que se tuvo que realizar la resta hasta llegar a cero o hasta que no se pueda hacer otro grupo.
 - Los datos en un problema en donde se debe agrupar una colección de objetos son la cantidad total de objetos y la cantidad de objetos en cada grupo, y la pregunta o incógnita del problema es la cantidad de grupos que se puede formar.



TERCERA CLASE

Momento de inicio

Se comienza proponiendo una actividad colectiva al curso, llamada “**Anticipando la cantidad de invitados que alcanza**”, similar a la que se trabajó en la clase anterior. El profesor o profesora plantea problemas como, por ejemplo, “*Para los invitados a una fiesta, hay que entregar 4 fichas a cada uno para participar en un sorteo. Si hay 16 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza?*”. De igual manera que en la clase anterior, no tendrán disponibles visualmente los objetos a agrupar, pero como nueva condición de la actividad no tendrán disponibles los grupos que se van formando.

Esta nueva restricción tiene la intención de que niños y niñas, además de tener que llevar la cuenta de las fichas que van quedando sin agrupar, tendrán que llevar la cuenta de la cantidad de grupos que ya han formado, puesto que estos grupos no estarán disponibles físicamente para que los cuenten, como lo hicieron en la clase anterior.

Se espera que niños y niñas cuenten la cantidad de veces que le pueden quitar 4 a 16. Es decir:

$$\left. \begin{array}{l} 16 - 4 = 12 \\ \rightarrow 12 - 4 = 8 \\ \rightarrow 8 - 4 = 4 \\ \rightarrow 4 - 4 = 0 \end{array} \right\} 4 \text{ veces}$$

A continuación, niños y niñas trabajan en un problema similar al anterior, en que se agrega una nueva condición; deben decir de una sola vez la cantidad de grupos que se pueden formar. Por ejemplo, *“Para los invitados a una fiesta, hay que entregar 8 fichas a cada invitado para participar en un sorteo. Si hay 32 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza? Se debe decir la cantidad de invitados de una sola vez, es decir, no pueden ir haciendo intentos con las fichas de la caja para obtener la respuesta”*. Esta restricción es la que obligará a niños y niñas a tener que anticipar, es decir, **determinar** la cantidad de invitados para los que alcanzan las fichas, puesto que ya no disponen de las fichas para ir formando los grupos. Para responder a la pregunta es necesario determinar la cantidad de veces que cabe el 8 en 32, para lo cual un procedimiento es realizar las restas reiteradas y luego contar cuantas veces se efectuó dicha resta. Los niños pueden construir un procedimiento para responder a la nueva situación a partir de las experiencias vividas a través de las actividades anteriores.

$$\left. \begin{array}{l} 32 - 8 = 24 \\ \rightarrow 24 - 8 = 16 \\ \rightarrow 16 - 8 = 8 \\ \rightarrow 8 - 8 = 0 \end{array} \right\} 4 \text{ veces}$$

Luego niños y niñas trabajan en un problema donde se amplía la cantidad de fichas a agrupar, por ejemplo, 72 fichas en total y 9 fichas por grupo. Esta relación numérica entre la cantidad total de objetos y la cantidad de objetos de cada grupo hará que el procedimiento de restas reiteradas sea lento y poco viable, por lo que niños y niñas tendrán que variar dicho procedimiento. Aunque es probable que en la actividad anterior ya hayan aparecido técnicas más eficaces para resolver este tipo de problemas, es factible que gran parte de los niños no lo hayan asimilado aún.

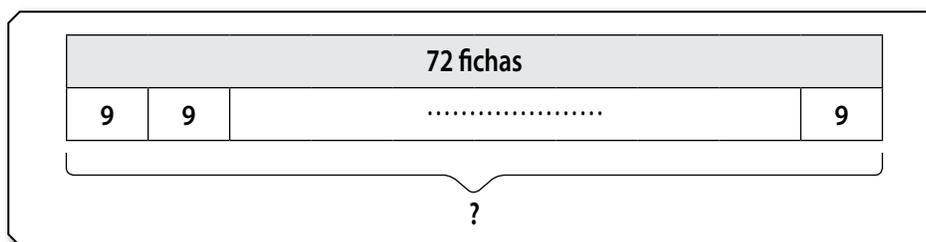
El siguiente problema que se propone es *“Si tengo 72 fichas y cada niño recibe 9 fichas, ¿es posible saber para cuántos niños alcanzan, de una sola vez?”*.

Niños y niñas deberán identificar que 72 representa la cantidad total de fichas a agrupar y 8 es la cantidad de fichas en cada grupo. Se espera que comprendan que, la pregunta que se deben hacer es *“¿Cuántas veces se debe repetir el 9 para llegar a 72 o lo mas cercano a él, sin pasarse?”*

En el caso del problema $72 : 9 = \square$, permite determinar la cantidad de grupos que se pueden formar, puesto que para resolver $72:9$ se debe determinar qué número multiplicado por 9 da como resultado 72. Se debe explicitar que 72 corresponde a la cantidad de objetos a agrupar y 9 a la cantidad de objetos que hay en cada grupo; esto es, $\square \cdot 9 = 72$.

Para encontrar el factor que multiplicado por 9 da como resultado 72, se pueden apoyar en el uso de la tabla Pitagórica (**Material 1**).

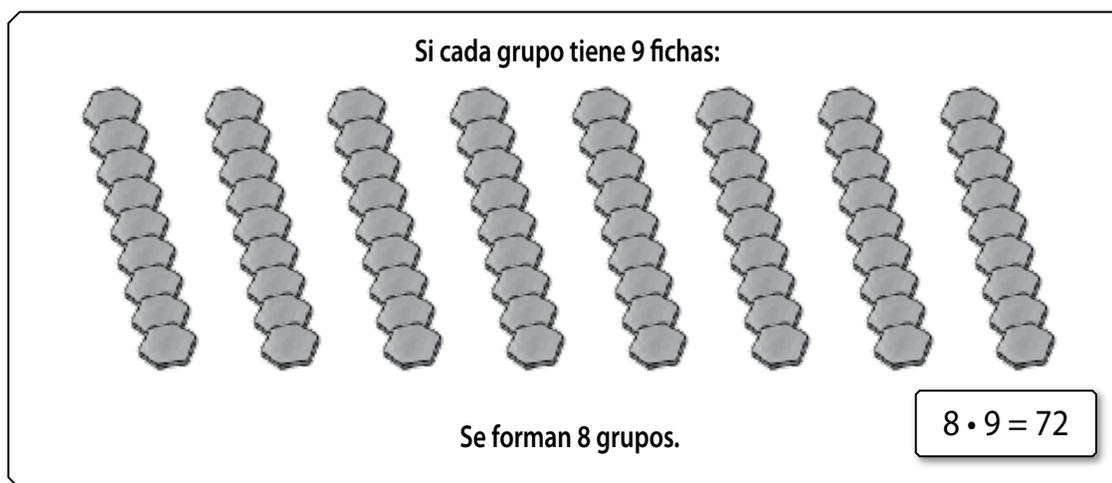
El profesor o profesora construye un esquema para establecer la relación entre los datos y la incógnita y así poder determinar la operación que resuelve el problema.



En el esquema la incógnita está asociada a preguntarse cuántas veces 9 es 72.

Luego, repite la actividad al menos dos veces, variando la cantidad de fichas y/o objetos en cada grupo resguardando que el cociente sea 2, 4, 5, 8 o 10. En cada una de estas experiencias los niños pueden anotar sus resultados y el profesor los registra en la pizarra. En el caso del ejemplo, escribe en la pizarra $72 : 9 = 8$.

Luego verifican el resultado del agrupamiento mediante la multiplicación. Por ejemplo: Si cada grupo tiene 8 fichas y formo 9 grupos, hay 72 fichas en total.



Momento de desarrollo

En este momento de la clase se trabaja realizando un juego en grupos de a 4. Para realizar el juego se necesitan los siguientes materiales:

- Material 2 Mazo T (totales)
- Material 3, Mazo D (divisor)
- Material 4
- Vasos
- Fichas

Cada niño o niña debe sacar una carta del **Mazo T** que contiene la cantidad total de dulces y una carta del **Mazo D** que contiene la cantidad de paquetes en que se agruparon los dulces o la cantidad de dulces que hay en cada paquete. Además, cuentan con el Material 2, que es una plantilla donde deben colocar las cartas, tal como lo muestra la figura:

<u>Situación 1</u>			
Se tienen	dulces	Si hay	dulces en cada paquete
¿Cuántos paquetes hay?			

<u>Situación 2</u>			
Se tienen	dulces	Si hay	paquetes
¿Cuántos dulces hay en cada paquete?			

Según las cartas que tenga cada jugador, es la situación en donde las deberá colocar, de manera que pueda leerse el problema de forma coherente. Por ejemplo, si se tienen las cartas del **Mazo T** y del **Mazo D**, como muestra la figura:

<div style="font-size: 2em; font-weight: bold;">30</div> <div style="font-weight: bold;">dulces</div>	<div style="font-size: 2em; font-weight: bold;">8</div> <div style="font-weight: bold;">dulces en cada paquete</div>
---	--

Las cartas se deben colocar en la situación 1, leyéndose el problema de la siguiente manera: *“Se tienen 30 dulces. Si hay 8 dulces en cada paquete, ¿cuántos paquetes hay?”* Por el contrario, si se tienen las cartas, también del Mazo T y del Mazo D, como muestra la figura:

<div style="font-size: 2em; font-weight: bold;">32</div> <div style="font-weight: bold;">dulces</div>	<div style="font-size: 2em; font-weight: bold;">8</div> <div style="font-weight: bold;">paquetes</div>
---	--

Las cartas se deben colocar en la situación 2, leyéndose el problema de la siguiente manera: *“Se tienen 32 dulces. Si hay 8 paquetes ¿cuántos dulces hay en cada paquete?”* Cada jugador, una vez planteado el problema, debe resolverlo.

Deberán verificar la respuesta realizando la acción señalada en el problema utilizando los vasos y fichas.

El jugador que resuelva correctamente el problema obtendrá un punto. El puntaje se puede ir registrando en el cuaderno. Aquel niño o niña que obtenga mayor puntaje luego de dos rondas es el ganador.

Este juego tiene por finalidad que los niños y niñas, como ya han estudiado los problemas de reparto equitativo y de agrupamiento en base a una medida, comiencen a establecer semejanzas y diferencias entre estos tipos de problemas.

A continuación, niños y niñas trabajan en la **Ficha 8** donde aparecen problemas similares a los estudiados durante la clase.



Momento de cierre

El profesor conduce una discusión entre los niños, haciendo preguntas que permitan sistematizar los conocimientos matemáticos surgidos y trabajados en la clase, es decir, los problemas en donde deben agrupar una colección de objetos conociendo la cantidad total de objetos y la cantidad de objetos que hay en cada grupo.



- **Determinar la cantidad máxima de grupos que se pueden formar, en un solo intento es una estrategia más rápida que ir agrupando en varios intentos.**
- **En los problemas de agrupamiento en base a una medida, no siempre es posible agrupar todos los objetos, dado que la cantidad de objetos no siempre es múltiplo de la cantidad de grupos. En estos casos se trata de agrupar la cantidad de objetos más cercana a la cantidad total, sin pasarse.**
- **La cantidad de objetos que queda sin agrupar se asocia con el resto de la división. Dicha cantidad debe ser menor que el divisor, pues de lo contrario se podría formar un grupo más.**

En este sentido, también se hace necesario que establezcan semejanzas y diferencias que tienen los problemas de agrupamiento en base a una medida con los problemas de reparto equitativo estudiados anteriormente en la 2ª unidad didáctica de este mismo nivel.

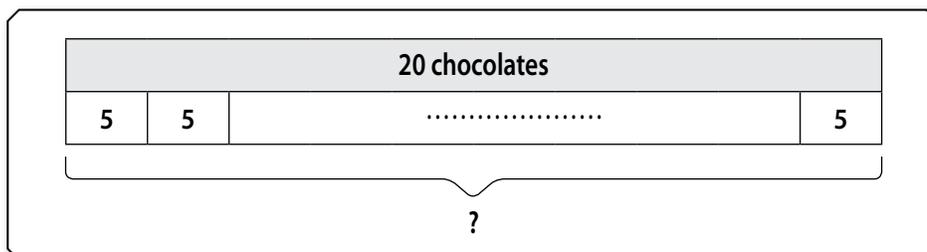
- 
- En los problemas de agrupamiento en base a una medida, hay que determinar la cantidad de grupos que se pueden formar. Para calcularla hay que dividir. Para resolver la división hay que buscar cuántas veces cabe el divisor (cantidad de objetos por grupo) en el dividendo (cantidad total) para encontrar el cociente (cantidad de grupos que se pueden formar).
 - En los problemas de reparto equitativo, hay que determinar la cantidad de objetos que hay en cada grupo. Para calcularla hay que dividir. Para resolver la división hay que encontrar cuántas veces cabe el divisor (cantidad de grupos) en el dividendo (cantidad total de objetos) para encontrar el cociente (cantidad de objetos que hay en cada grupo).

Para finalizar se debe sistematizar una estrategia para abordar la resolución de un problema multiplicativo.



Para resolver un problema es necesario comprender el enunciado del problema; distinguir los datos y la incógnita; decidir qué operaciones deben realizarse para responder a su pregunta, realizar las operaciones, comprobar el resultado y, finalmente, interpretar el resultado de las operaciones en el contexto del problema.

Una herramienta útil para poder establecer la relación que existe entre los datos y la incógnita y, con ello, determinar la operación que resuelve el problema, es la construcción de un dibujo esquemático o esquema. Por ejemplo, para resolver el problema “Se quiere empaquetar 20 chocolates. Si en cada paquete hay 5 chocolates ¿cuántas cajas se necesitan?”, un posible esquema con el cual niños y niñas pueden ayudarse para determinar la operación que lo resuelve es:



Para resolver un problema de iteración de una medida como, por ejemplo: “Se tienen 4 paquetes de chocolates. Si cada paquete tiene 5 chocolates, ¿cuántos chocolates hay en total?”, niños y niñas se pueden apoyar en un esquema como:

? chocolates			
5	5	5	5

Y, por último, para resolver un problema de reparto equitativo como, por ejemplo, “Se han repartido equitativamente 20 chocolates en 4 paquetes. ¿Cuántos chocolates hay en cada paquete?”, un esquema que representa la relación entre datos e incógnita es:

20 chocolates			
?	?	?	?

CUARTA CLASE

La tarea para esta clase consiste en resolver problemas de *iteración de una medida* en que uno de los factores es un número de dos o más cifras y el otro factor es un número de una cifra. El procedimiento que se espera que niños y niñas utilicen para calcular estas multiplicaciones consiste en descomponer canónicamente el factor mayor y efectuar las multiplicaciones parciales de los sumandos por el otro factor, y luego sumar los resultados para obtener la respuesta. Pero para poder estudiar esta técnica, es necesario que multipliquen un número de una cifra por un múltiplo de 10 o de 100. Aunque en esta unidad no se aborda un procedimiento para multiplicaciones en que uno de los factores es un múltiplo de 1.000, el profesor o profesora puede utilizar un proceso de estudio similar al propuesto en esta clase.

Momento de inicio

Niños y niñas trabajan en la **Ficha 9** donde aparecen problemas que se resuelven multiplicando un número de una cifra por un múltiplo de 10 o de 100. En esta ficha aparecen 2 cajas. Cada caja tiene un letrero que indica la cantidad de monedas de 10 que hay en su interior, por ejemplo, 3 monedas. Se plantean preguntas como, por ejemplo, “¿Cuántas monedas hay en dos cajas?” “¿Cuánto dinero hay en esas dos cajas?” Se espera que para responder cuánto dinero hay, determinen primero la cantidad de monedas que hay en las dos cajas; en el caso del ejemplo, multiplicando $2 \cdot 3$. Luego, que se pregunten cuánto dinero hay y, para responderla, que se planteen la multiplicación $2 \cdot 30$.

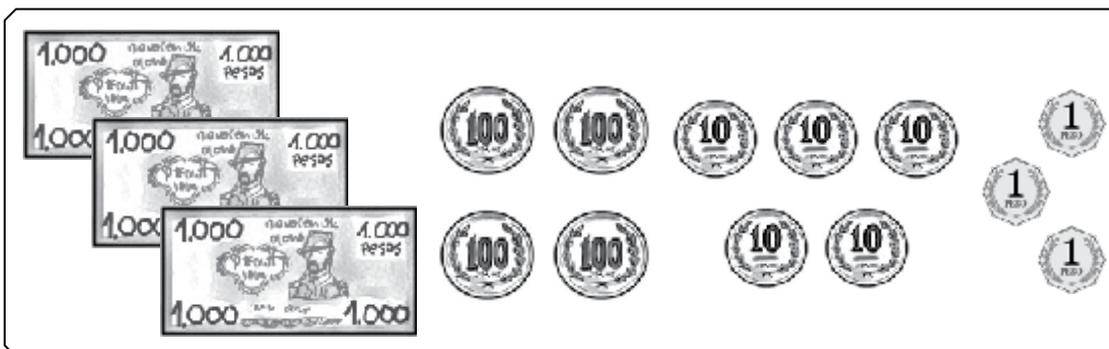
Una estrategia que los niños pueden usar para calcular este tipo de multiplicación consiste en apoyarse en las multiplicaciones que ya conocen, en este caso en que $2 \cdot 3 = 6$. Como $2 \cdot 3 = 6$ entonces $2 \cdot 30 = 60$. Es decir, para multiplicar $2 \cdot 30$ pueden calcular $2 \cdot 3$, y a ese resultado agregarle un cero.

De igual manera trabajan en la **Ficha 10**, en donde aparecen problemas similares a los de la **Ficha 9**, pero con monedas de 100 pesos.

Momento de desarrollo

En este momento de la clase nuevamente trabajan problemas de *iteración de una medida* que se resuelven con una multiplicación de un número de una cifra por un número de dos o más cifras. El profesor o profesora presenta el siguiente problema a la clase:

“María Paz tiene \$ 453; 4 monedas de \$ 100, 5 monedas de \$ 10 y 3 monedas de \$ 1. Su mamá tiene en su monedero 4 veces esa cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene la mamá de María Paz en su monedero?”



La cantidad de dinero que tiene María Paz está descompuesta; entonces para calcular la cantidad de dinero que tiene su mamá se necesita multiplicar y luego sumar, tal como se representa en el esquema:

$$\begin{array}{r}
 400 \cdot 4 = \\
 50 \cdot 4 = \\
 3 \cdot 4 = \\
 \hline
 1.600 \\
 200 \\
 12 \\
 \hline
 9.812
 \end{array}$$

Para multiplicar un número de dos o tres cifras se espera que surja en manos de los niños y niñas, un procedimiento basado en la descomposición canónica del factor que tiene más de una cifra. Es importante que los niños y niñas seleccionen una manera ordenada de escribir este procedimiento de cálculo.

Una vez que el nuevo procedimiento de multiplicación ha surgido en manos de los niños y niñas, el profesor o profesora propone que trabajen en la **Ficha 11**, donde aparecen problemas de iteración de una medida que se resuelven mediante una multiplicación en que uno de los factores es un número de dos o más cifras. Al final de la ficha se presenta una lista de problemas del campo multiplicativo en donde deben determinar la operación que los resuelve, pero no realizar dicho cálculo.

Momento de cierre

El profesor o profesora, con ayuda de la clase, destaca los fundamentos matemáticos centrales estudiados en la clase. A través de preguntas, se espera que los niños y niñas digan con sus palabras que:

Para multiplicar un número por un múltiplo de 10 o de 100 basta con multiplicar el número por el dígito distinto de cero y luego agregar los ceros correspondientes.

Para multiplicar un número de una cifra por un número de dos o más cifras, podemos ayudarnos de la generalización de las combinaciones multiplicativas básicas conocidas y de la descomposición canónica del número mayor; efectuar las multiplicaciones parciales y sumar los resultados de dichas multiplicaciones.



QUINTA CLASE

Momento de inicio

La clase comienza con niños y niñas trabajando en la **Ficha 12**, en donde hay problemas de iteración de una medida que se resuelven calculando una multiplicación de un factor de dos o más cifras. Luego resuelven el problema de agrupamiento en base a una medida y/o de reparto equitativo asociado, cuya respuesta se obtiene sin efectuar la división, deduciéndola a partir del resultado del problema de iteración previamente resuelto.

Momento de desarrollo

Los niños y niñas profundizan el dominio de los procedimientos aprendidos en las clases anteriores para resolver las tareas matemáticas de la unidad. Realizan la **Ficha 13** en la que hay actividades que ponen en juego los aprendizajes esperados de esta unidad.

Momento de cierre

A través de preguntas a los niños y niñas, el profesor o profesora va destacando los fundamentos matemáticos centrales de esta unidad, que ya han sido sistematizados en las clases anteriores. En el momento de inicio de esta clase trabajaron en distinguir que:

Se parecen en que en ambos casos hay que hacer multiplicaciones.
Se diferencian en que cuando multiplicamos dos números, sumamos repetidas veces un mismo número, y el resultado es mayor que cualquiera de los dos números.

En cambio, cuando dividimos un número (dividendo) entre otro (divisor), restamos un múltiplo del divisor al dividendo, y el resultado es menor que el número que se está dividiendo (dividendo).

Los problemas de *agrupamiento en base a una medida* y los de *reparto equitativo* se parecen en que ambos se resuelven con una división.

Se diferencian en que, en los problemas de repartito equitativo, el dividendo representa la cantidad total de objetos, el divisor representa la cantidad total de grupos y se pregunta por la cantidad de objetos que le corresponden a cada grupo (cuociente).

En cambio, en los problemas de agrupamiento en base a una medida, el dividendo representa la cantidad total de objetos, el divisor representa la cantidad total de objetos por grupo y se pregunta por la cantidad de grupos que se pueden formar (cuociente).

SEXTA CLASE

En la **primera parte** de la clase, se aplica la Prueba de la Unidad. En la aplicación se recomienda a profesoras y profesores leer las preguntas y cerciorarse de que todos los alumnos comprendan lo que se les solicita, sin entregar información adicional a la planteada en los problemas.

En la **segunda parte** de la clase, se sugiere que el profesor(a) realice una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niños y niñas los procedimientos que utilizaron. Si hubo errores, averiguar por qué los cometieron.

Para finalizar, destaque y sistematice nuevamente los fundamentos centrales de la unidad y señale que estos se relacionan con aprendizajes que se trabajarán en unidades posteriores.

Incluimos, además de la prueba, una pauta de corrección que permite organizar el trabajo del profesor(a) en cuanto al logro de los aprendizajes esperados, y se incorpora una tabla para verificar el dominio del curso de las tareas matemáticas estudiadas en esta unidad. Estos materiales se encuentran disponibles después del plan de la sexta clase.

IV PLANES DE CLASES

Plan de la Primera clase

Materiales: Ficha 1, 2 y 3.

T M*	Actividades	Evaluación
<p>Explican procedimientos para calcular multiplicaciones. • Resuelven problemas de iteración de una medida. • Calculan multiplicaciones en el ámbito de las tablas de multiplicar del 4 y del 8.</p>	<p>MOMENTO DE INICIO: Niños y niñas trabajan en la Ficha 1, en donde se estudian procedimientos para resolver el siguiente problema “<i>Raúl tiene 2 cajas. Cada caja tiene en su interior 2 bolsas con 5 dulces cada una. ¿Cuántos dulces tiene Raúl?</i>” Una vez que resolvieron el problema, aparecen dos niños mostrando dos procedimientos diferentes para resolverlo. A continuación, contrastan su procedimiento con el que utilizaron algunos de los niños de la ficha. Se espera que constaten que da lo mismo resolver el problema calculando primero el número de bolsas, que hay en ambas cajas y luego calcular la cantidad total de dulces que hay en las bolsas que calcular la cantidad de dulces que hay en cada caja y luego calcular cuántos dulces hay en las dos cajas.</p> <p>MOMENTO DE DESARROLLO: En este momento se ampliará el conocimiento que los niños y niñas tienen de las combinaciones multiplicativas básicas, en particular, en la construcción de las tablas de multiplicar del 4 y 8, apoyados en el concepto de “<i>dobles de un número</i>”. El profesor o profesora entrega a niños y niñas la Ficha 2 en donde deben completar una tabla y responder preguntas, a partir de dicha tabla, para establecer regularidades que los ayudarán a construir las tablas de multiplicar de 4 y de 8. El procedimiento que se propone para calcular el cuádruplo de un número es calcular el doble de ese número y dicho resultado se suma consigo mismo. Asimismo, para calcular el óctuplo de un número se calcula el cuádruplo de ese número y dicho resultado se suma consigo mismo.</p> <p>A continuación, trabajan en la Ficha 3 en donde se realiza un trabajo para sistematizar los procedimientos utilizados para calcular la tabla del 4 y del 8.</p> <p>MOMENTO DE CIERRE: El profesor o profesora mediante preguntas como y con la participación de los niños y niñas, concluye que el doble de un número es lo mismo que multiplicar por 2 y que multiplicar por 10 es lo mismo que agregar un cero. Además, una multiplicación de un número por 4, es lo mismo que multiplicar ese número por 2 y el resultado obtenido multiplicarlo nuevamente por 2. Es decir, el doble del doble. Una multiplicación de un número por 8, es lo mismo que multiplicar ese número por 4 y el resultado obtenido multiplicarlo por 2.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Verifique que todos los niños y niñas constatan que da lo mismo el procedimiento que aparecen en la ficha. ■ Observe si se convencen que cuatro veces un número es dos veces dos veces ese número. En particular, calcular $4 \cdot 3$ es lo mismo que calcular 2 veces $2 \cdot 3$. Y que es lo mismo calcular $8 \cdot 3$, que calcular 2 veces $4 \cdot 3$. ■ Favorezca la participación de todos los niños y niñas, de manera de provocar una discusión constructiva.

* Tareas matemáticas.

Plan de la Segunda clase

Materiales: Ficha 4, 5, 6 y 7. Fichas y una caja opaca.

T M	Actividades	Evaluación
<p>Resuelven problemas de iteración de una medida y de agrupamiento en base a una medida. • Calculan multiplicaciones en el ámbito de las tablas del 2, 4, 5, 8, 10.</p>	<p>MOMENTO DE INICIO: El profesor o profesora propone una situación colectiva llamada “¿Para cuántos invitados alcanza?” El material con el que se trabajará serán fichas. Plantea problemas como, por ejemplo: “A cada invitado a una fiesta, hay que entregar 5 fichas para participar en un sorteo. Si hay 30 fichas. ¿para cuántos invitados alcanza?” Dejar un tiempo para que resuelvan el problema e invitar a un niño o niña a su mesa para que comparta con el curso cómo resolvió el problema. Lo mas probable es que el niño o niña agrupe de a 5 fichas y luego cuente los grupos que se formaron. En este momento no se espera que surja la división como la operación que resuelve el problema, puesto que al tener disponibles las fichas y los grupos que se van formando, no se hace necesario dividir. El profesor o profesora repite la actividad variando la cantidad total de fichas y/o la cantidad de fichas que hay en cada bolsa y los niños o niñas trabajarán en parejas anotando sus resultados en la Ficha 4 “¿Para cuántos invitados alcanza?”. Luego, niños y niñas trabajan en la Ficha 5, en donde aparecen problemas similares a los trabajados en el juego.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Observe si los niños y niñas reconocen que al formar un grupo, la cantidad de fichas que tiene se le quitan a la cantidad de fichas que van quedando.
	<p>MOMENTO DE DESARROLLO: Se comienza proponiendo una actividad colectiva a la clase llamada “¿Para cuántos invitados alcanza?” El material con el que se trabajará serán fichas y una caja opaca. A lo menos se necesitan 100 de estos objetos. El profesor o profesora debe resguardar que los niños y niñas no tengan las fichas disponibles visualmente; para ello, las fichas se colocarán en una caja opaca, que solo debe manipular el docente. El profesor o profesora plantea un problema como, por ejemplo: “A cada invitado a una fiesta, hay que entregarle 4 fichas para participar en un sorteo. Si hay 24 fichas, ¿para cuántos invitados alcanza?” Dar un tiempo para resolver el problema, luego invite a un niño o niña para que comience el procedimiento que utilizó para resolver el problema. El profesor o profesora debe guiar al curso a reflexionar en relación a si formó todos los grupos posibles. Según la respuesta dada, sacar de la caja de a un grupo y pedirle a otro niño que pase adelante y entregarle las fichas. Una vez sacados los grupos de fichas, formular preguntas como, por ejemplo: “¿Quedan fichas en la caja?” “¿Cuántas?” “¿Qué hiciste para saber que quedaba esa cantidad?” “¿Alcanzarán las fichas para otro invitado más? El profesor o profesora plantea problemas similares, cambiando la cantidad total de fichas y/o la cantidad de fichas que hay en cada grupo. Registran sus resultados en la Ficha 6 “¿Para cuántos invitados alcanza?”. A continuación, niños y niñas trabajan en la Ficha 7 en donde aparecen problemas como los estudiados en esta clase.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Identifique a los niños o niñas que no reconocen que cuando se forma un grupo, esa cantidad de fichas se resta a la cantidad de fichas que van quedando en la caja y ayúdelos planteándoles problemas similares y formulándoles preguntas.

Plan de la Segunda clase (continuación)

Actividades	Evaluación
<p>MOMENTO DE CIERRE: El profesor o profesora plantea preguntas para que niños y niñas reconozcan los aspectos centrales de la clase. ¿Qué hicieron para saber para cuántos invitados alcanzan las fichas? ¿Qué datos se necesitan para poder formar los grupos de fichas? Se espera que niños y niñas digan con sus palabras que:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Para saber para cuántos invitados alcanza, bastará con hacer los grupos de la medida indicada y luego contar los grupos. ■ En los problemas estudiados, es posible anticipar la cantidad de grupos que se pueden formar. ■ La cantidad de grupos que se pueden formar es igual a la cantidad de veces que se tuvo que realizar la resta hasta llegar a cero o hasta que no se pueda hacer otro grupo. ■ Los datos en un problema en donde se debe agrupar una colección de objetos son: la cantidad total de objetos, cantidad de objetos en cada grupo y se pregunta por la cantidad de grupos que se puede formar. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Compruebe si reconocen los datos en un problema en donde deben agrupar. ■ Identifique a los niños y niñas que aún no reconocen que al momento de formar un grupo, se resta la cantidad de objetos utilizada a la cantidad total de objetos.

Plan de la Tercera clase

Materiales: Ficha 8 y 9. Mazo D. Mazo T. Material 2. Fichas y vasos.

T M	Actividades	Evaluación
<p>Resuelven problemas de iteración de una medida, de reparto equitativo y de agrupamiento en base a una medida. • Establecen semejanzas y diferencias entre problemas que se resuelven con una multiplicación y con una división.</p>	<p>MOMENTO DE INICIO: El profesor o profesora plantea una situación colectiva llamada “Anticipando la cantidad de invitados” en donde se desarrollará un trabajo colectivo y se les enunciarán problemas como, por ejemplo, <i>“Para los invitados a una fiesta, hay que entregar 4 fichas para participar en un sorteo. Si hay 16 fichas ¿Para cuántos invitados alcanza?”</i>. El profesor debe resguardar que niños y niñas no tengan a su disposición las fichas ni los grupos que se van formando.</p> <p>A continuación proponga un problema similar, pero con una nueva condición, <i>“Para los invitados a una fiesta, hay que entregar 8 fichas para participar en un sorteo. Si hay 32 fichas ¿Para cuántos invitados alcanza? Se debe decir la cantidad de invitados de una sola vez.”</i> Es aquí donde niños y niñas tendrán que anticipar la cantidad de invitados para los que alcanza las fichas. Es decir, para poder determinar la cantidad de grupos de una sola vez, deben comprender que el procedimiento que permite dar solución al problema es el de restas reiteradas, es decir, tendrán que dividir. En el problema, $16 : 4 = ?$, buscando cuántas veces cabe 4 en 16, es decir, $4 \cdot 4 = 16$. Formular preguntas del tipo <i>“¿Qué representa el número 16 en la división?”</i> y <i>“¿Y el número 4?”</i>. Continúa la actividad dos veces más.</p> <p>Luego propone problemas en que no se puedan agrupar todas las fichas como, por ejemplo, <i>“Si tengo 45 fichas y cada niño recibe 8 fichas y sobran 5, ¿para cuántos niños alcanzan las fichas? Se deben formar la mayor cantidad de grupos posibles de una sola vez.”</i></p> <p>Continuar la actividad dos veces más con situaciones del mismo tipo, cambiando la cantidad de fichas y/o la cantidad de fichas en cada grupo, resguardando que no se puedan agrupar todos los objetos. A continuación, niños y niñas trabajan en la Ficha 8, donde hay problemas similares a los ya trabajados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Es importante que los niños reconozcan que la información con la que cuentan son: la cantidad total de objetos (fichas) y la cantidad de objetos en cada grupo. Y que el dato que se busca es la cantidad de grupos. ■ Observe que niños y niñas identifican que la operación que permite identificar la cantidad de grupos que se pueden formar es la división.
	<p>MOMENTO DE DESARROLLO: En este momento se presenta un juego al curso, con la finalidad de establecer semejanzas y diferencias entre los problemas de agrupamiento en base a una medida y los problemas de reparto equitativo. El juego se llama “Inventando problemas” y para poder realizarlo se debe contar con el Mazo T, el Mazo D y el Material 2. Cada jugador sacará una carta del mazo D y una carta del Mazo T y, en su turno, debe colocarlas en la situación 1 o situación 2 del Material 2, según la información que contenga la carta del Mazo D. Una vez colocadas las cartas, todos los jugadores deben resolver el problema. El jugador que lo resuelva primero de forma correcta, ganará 1 punto. Ganará aquel que después de 2 rondas obtenga el mayor puntaje.</p> <p>A continuación, trabajan en la Ficha 9, en donde aparecen problemas parecidos a los trabajados hasta el momento en esta clase.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Observe si niños y niñas establecen semejanzas y diferencias entre los problemas en que se debe agrupar y en los problemas en que se debe repartir equitativamente.

Plan de la Tercera clase (continuación)

Actividades	Evaluación
<p>MOMENTO DE CIERRE: Se concluye destacando, con la ayuda de niños y niñas, que para resolver los problemas en que se debe agrupar o repartir equitativamente, se debe dividir. Además, identificar lo que representa cada elemento de la operación y que la división consiste en obtener el número “cuociente” que multiplicado por el “divisor” (cantidad de objetos de cada grupo) da como resultado el “dividendo” (cantidad de objetos que se deben agrupar). Que calcular por medio de restas sucesivas, es una estrategia <i>más lenta</i> que agruparlas de una sola vez. Además, establecer las semejanzas y diferencias entre problemas de agrupamiento en base a una medida, iteración de una medida y de reparto equitativo.</p>	

Plan de la Cuarta clase

Materiales: Ficha 10, 11 y 12.

T M	Actividades	Evaluación
<p>Explican los procedimientos para calcular multiplicaciones. • Calculan multiplicaciones de un número de una cifra por un múltiplo de 10 o de 100. • Calculan multiplicaciones de un número de hasta tres cifras por un número de una cifra.</p>	<p>MOMENTO DE INICIO: El profesor o profesora entrega la Ficha 10 en donde aparecen problemas que tienen por finalidad que niños y niñas establezcan que un procedimiento útil para calcular una multiplicación por un múltiplo de 10 es multiplicar la cifra distinta de cero por el número y agregar un cero o dos ceros respectivamente.</p> <p>Los niños y niñas trabajan en la Ficha 11, que propone problemas similares a los de la Ficha 9, pero para establecer un procedimiento para multiplicar un número por un múltiplo de 100.</p> <p>MOMENTO DE DESARROLLO: En este momento el curso ampliará el procedimiento estudiado al comienzo de la clase. El profesor o profesora continúa planteando problemas de iteración de una medida como, por ejemplo <i>“María Paz tiene \$ 453; 4 monedas de \$ 100, 5 monedas de \$ 10 y 3 monedas de \$ 1. Su mamá tiene en su monedero 4 veces esa cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene la mamá de María Paz en su monedero?”</i> Con este tipo de problemas se espera que niños y niñas, junto con reconocer que la multiplicación es la operación que resuelve el problema, puedan visualizar la descomposición canónica del factor mayor, y luego sumar el resultado de las multiplicaciones parciales como un procedimiento para resolver este tipo de multiplicaciones. Además, que identifiquen que este nuevo procedimiento es más eficaz que el sumar reiteradamente.</p> <p>Niños y niñas continúan con el trabajo propuesto en la Ficha 12 que contiene problemas similares a los que se han propuesto durante el desarrollo de la clase, es decir, problemas de iteración de una medida.</p> <p>MOMENTO DE CIERRE: Se concluye destacando, con la ayuda de niños y niñas, que para resolver los problemas de este tipo se debe identificar la operación que resuelve el problema, y lo que representa cada elemento de la operación. Además, los niños y niñas dicen con sus palabras que para poder multiplicar un número de una cifra con un número de dos o mas cifras, se puede descomponer canónicamente el número mayor, luego realizar las multiplicaciones parciales y sumar sus resultados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observe que todos los niños y niñas comprenden la justificación del procedimiento estudiado. ▪ Identifique a quienes les es difícil realizar la descomposición canónica y ayúdelos planteando problemas en que uno de los factores es de dos cifras y el otro de una cifra.

Plan de la Quinta clase

Materiales: Fichas 13 y 14. Ficha opcional

T M	Actividades	Evaluación
<p>Todas las tareas de la Unidad.</p>	<p>MOMENTO DE INICIO: Los niños y niñas trabajan en la Ficha 13 que tiene el propósito de sistematizar la reversibilidad de la multiplicación y de la división. Aparece un primer problema de reparto equitativo que se resuelve con una multiplicación de un número de una cifra por un número de tres cifras. Inmediatamente después se presenta un problema de agrupamiento o de reparto equitativo, cuya división se resuelve con la multiplicación anterior. No se espera que niños y niñas resuelvan una división de un número de tres cifras por un número de una cifra, sino que deduzcan el resultado de esa división a partir de la multiplicación previamente desarrollada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Identifique a aquellos niños o niñas que no pueden distinguir que la división se puede resolver con la multiplicación previamente hecha y ayúdelos proponiendo problemas similares pero en un ámbito numérico más pequeño.
	<p>MOMENTO DE DESARROLLO: El profesor o profesora entrega la Ficha 14, en la que trabajan actividades como las que se han estudiado a lo largo de la unidad y que se deben realizar individualmente. Esta clase esta destinada a trabajar y profundizar el dominio de las técnicas usadas por niños y niñas para realizar todas las actividades de las clases anteriores.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Constata que todos los niños y niñas identifican las semejanzas y diferencias entre los problemas de agrupamiento en base a una medida y de reparto equitativo.
	<p>MOMENTO DE CIERRE: Para terminar el estudio de esta unidad el profesor o profesora propone preguntas del tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿En que se parecen los problemas en que hay que agrupar con los problemas en los que hay que repartir equitativamente? ¿En que se diferencian? ¿Cómo se puede resolver una multiplicación de un número de tres cifras por un número de una cifra, por ejemplo $457 \cdot 8$? <p>Se finaliza resumiendo los fundamentos centrales de cada clase.</p>	

Plan de la Sexta clase

Materiales: Prueba de la Unidad y Pauta de Corrección.

Actividades	Evaluación
<p>APLICACIÓN DE LA PRUEBA. En la aplicación se recomienda a los profesores(as) que lean las preguntas y se cercioren de que todos comprendan lo que se les solicita, sin entregar información adicional a la planteada en los problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Cerciórese de que han entendido cada una de las preguntas de la prueba.
<p>CORRECCIÓN DE LA PRUEBA. En la segunda parte de la clase, se sugiere realizar una corrección de la prueba en la pizarra, preguntando a niñas y niños los procedimientos que utilizaron. Analice una a una las respuestas que dieron, confrontando las diferentes respuestas en el caso de haberlas..</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Pregúnteles cómo contestaron y en qué se equivocaron.
<p>CIERRE DE LA UNIDAD DIDÁCTICA. Converse con niñas y niños sobre cómo les fue en la prueba y qué dificultades encontraron. Destaque los fundamentos centrales de la unidad y señale que éstos se relacionan con aprendizajes que se trabajarán en unidades posteriores. Anúncieles que una vez que han estudiado la multiplicación y división, en la cuarta unidad, estudiarán dos nuevos problemas multiplicativos y aprenderán nuevas técnicas para multiplicar.</p>	

PRUEBA DE LA CUARTA UNIDAD DIDÁCTICA
MATEMÁTICA • TERCER AÑO BÁSICO

NOTA

Nombre: _____ Escuela: _____

Curso: _____ Fecha: _____ Puntaje: _____

Indicaciones para el profesor (a):

Lea la prueba completa, pregunta por pregunta, señale los espacios en que se debe responder cuidando de no dar información adicional a la ya entregada en la pregunta.

1. Rosita no se acuerda cuánto es $4 \cdot 9$. Para averiguarlo recordó que $2 \cdot 9$ es igual a 18. Escribe qué más hizo con este dato.

$$2 \cdot 9 = 18$$

2. José no se acuerda cuánto es $8 \cdot 7$. Para averiguarlo recordó que 8 es el doble de 4 y que 4 es el doble de 2. Además sabe que $2 \cdot 7$ es igual a 14. Escribe los cálculos que José puede hacer para obtener $8 \cdot 7$.

3. La florista de la esquina ha recibido 48 flores y quiere hacer ramos de 6 flores cada uno. ¿Cuántos ramos se pueden formar?
Anota tus procedimientos:

Respuesta: _____ ramos.

4. Mario tiene que comprar 5 cuadernos para el colegio. Cada cuaderno cuesta \$325.
¿Cuánto dinero necesita para la compra?
Anota tus procedimientos:

Respuesta:

5. Lee el siguiente problema y marca con una cruz la operación que lo resuelve:
Al almacén han llegado 60 huevos y su dueño los empaqueta en cajas de 6 huevos.
¿Cuántas cajas obtendrá el dueño?

$60 : 6 =$

$60 + 6 =$

$60 \cdot 6 =$

6. Juan tiene esta cantidad de dinero:



Mónica tiene el doble. ¿Cuánto dinero tiene Mónica?

Escribe aquí tus cálculos:

Pauta de Corrección de Prueba de la Unidad

Pregunta	Respuesta	Puntos	
1	Escribe la expresión $18 \cdot 2$ y lo resuelve por sumas iteradas $18 + 18 = 36$. Resuelve solamente $18 + 18 = 36$ sin escribir $18 \cdot 2$.	3 2	3
2	Escribe la expresión $2 \cdot 7 = 14$, resuelve $14 + 14 = 28$ y por último $28 \cdot 2 = 28 + 28 = 56$. Escribe solamente 56.	3 1	3
3	Escriben la división $48 : 6$ y escriben 8 como el cuociente de la división. Responden: Se pueden formar 8 ramos. Escribe la división y no encuentra el cuociente correcto. Dibuja las 48 flores y las agrupa de a 6 flores.	3 1 1 1	4
4	Responde \$1.625 utilizando como procedimiento la descomposición canónica de 325 como: $300 \cdot 5 + 20 \cdot 5 + 5 \cdot 5$, obtienen los resultados parciales y los suman. Responde \$1.625, utilizando como procedimiento la suma iterada de 325 cinco veces. Realiza cualquiera de los procedimientos, pero no encuentra el producto.	3 2 1	3
5	Identifica y marca $60 : 6$	3	3
6	Calcula los dobles: El doble de 1.000 es 2.000, el doble de 300 es 600 y el doble de 50 es 100. (2 puntos). Por lo tanto, $2.000 + 600 + 100 = \$2.700$. (1 punto). Responde "Mónica tiene \$2.700". (2 puntos). Calcula $2 \cdot 1.350$ utilizando el algoritmo convencional responde: "Mónica tiene \$2.700". (1 punto).	3 3	3
Puntaje máximo		13	

Si al corregir la prueba con la pauta sugerida, encuentra algunas respuestas ambiguas de los niños, se sugiere que los entreviste solicitando que frente a la pregunta en cuestión puedan explicar sus respuestas.

Evaluación de la unidad por el curso

Pregunta	Tareas matemáticas	Cantidad de alumnos que respondió bien	% de logro
1	Resuelven multiplicaciones utilizando la técnica de los dobles.		
2	Resuelven multiplicaciones utilizando la técnica de los dobles.		
3	Resuelven un problema de agrupamiento en base a una medida, donde la cantidad total de objetos es un número de dos cifras.		
4	Resuelven un problema de iteración en base a una medida.		
5	Identifican la operación que resuelve un problema multiplicativo.		
6	Resuelven una multiplicación de un número de más de dos cifras por un número de una cifra, utilizando la técnica basada en la descomposición canónica.		
% total de logro del curso			

GLOSARIO

Campo de problemas multiplicativos :	Incluye todos aquellos problemas aritméticos que se resuelven mediante un producto y/o cociente entre los datos.
Problemas simples :	Problemas de cálculo aritmético, en cuyo enunciado aparecen solo dos datos y una incógnita, salvo en el caso de divisiones inexactas en que aparecen dos incógnitas, el cociente y el resto. Los problemas de esta unidad son todos de este tipo.
Problemas multiplicativos de proporcionalidad directa :	Problemas del campo multiplicativo en los que datos e incógnitas están relacionados por medio de una proporcionalidad directa. En esta unidad la relación de proporcionalidad es del tipo uno es a varios.
Problemas inversos :	Un problema multiplicativo es inverso cuando la acción sugerida en su enunciado no se corresponde con la operación que debe efectuarse para resolverlo. Un ejemplo de problema inverso es: "Ana repartió todos los dulces de una bolsa entre sus 5 amigos y le tocaron 20 dulces a cada uno. ¿Cuántos dulces tenía la bolsa?"
Problemas multiplicativos de iteración de una medida :	<p>Aquellos en que la acción del problema sugiere repetir una determinada cantidad (medida del grupo) un determinado número de veces (cantidad de grupos). En este tipo de problemas la incógnita es la cantidad total y se resuelve efectuando el producto entre la cantidad de grupos y la cantidad de objetos que tiene cada grupo (medida del grupo), tal como muestra la siguiente relación:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\text{cantidad de grupos} \times \text{medida de grupo} = \text{cantidad total}$</div> <p>Ejemplo: Diego regala 3 tazos a cada uno de sus 5 amigos. ¿Cuántos tazos regaló? Este problema se resuelve calculando $5 \cdot 3 = 5$ veces $3 = 15$.</p>

**Problemas
multiplicativos de
agrupamiento en
base a una medida :**

Aquellos en los que se tiene una determinada cantidad de objetos que hay que agrupar usando una determinada medida y la incógnita es la cantidad de grupos que se pueden formar.

Ejemplo:

- Nora compró un saco con 238 betarragas. Luego formó paquetes de a 5 betarragas para venderlos en la feria. ¿Cuántos paquetes obtuvo?

**Problemas
multiplicativos
de reparto
equitativo :**

Son aquellos en los que se tiene una determinada cantidad de objetos que hay que repartir equitativamente entre una determinada cantidad de grupos o personas; la incógnita es la cantidad de objetos que le toca a cada grupo o persona (medida del grupo). Ejemplo:

- José repartió equitativamente un mazo de 62 cartas de Mitos y Leyendas entre sus 7 amigos. ¿Cuántas cartas le tocaron a cada amigo? ¿Le quedaron cartas por repartir?

VIII FICHAS Y MATERIALES PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

- **Instrucciones:** lee con atención y resuelve.

1. Raúl tiene dos cajas. Cada caja tiene en su interior 2 bolsas con 5 dulces cada una. ¿Cuántos dulces tiene Raúl?

Anota tus procedimientos:

Respuesta: _____ dulces.

2. Lorena y Enrique resolvieron el problema de las siguientes formas:

Yo calculé primero la cantidad de bolsas que tiene Raúl, es decir, $2 \times 2 = 4$ bolsas. Luego, calculé la cantidad de dulces, es decir, $4 \times 5 = 20$ dulces.



Lorena

Yo calculé primero la cantidad de dulces de cada caja, es decir, $2 \times 5 = 10$. Como hay dos cajas, la cantidad de dulces que tiene Raúl es $2 \times 10 = 20$ dulces.



Enrique

3. ¿Por qué ambos llegaron al mismo resultado?

4. ¿Usaste alguno de los procedimientos? ¿Cuál?

5. ¿En qué se diferencian los procedimientos de Lorena y Enrique?

1. Completa la siguiente tabla:

Cantidad de dulces que tiene Martín	Lorena tiene el doble de dulces que Martín	Enrique tiene el doble de dulces que Lorena
1	2 veces $1 = 2$	2 veces $2 = 4$
2	2 veces $2 = 4$	2 veces $4 = 8$
3	$2 \cdot 3 = 6$	$2 \cdot 6 = 12$
5		
6		
9		

2. Si Martín tiene 7 dulces y Enrique tiene 2 veces el doble de Martín,

¿cuántos dulces tiene Enrique?

3. Si Martín tiene 6 dulces y Enrique tiene 4 veces lo de Martín,

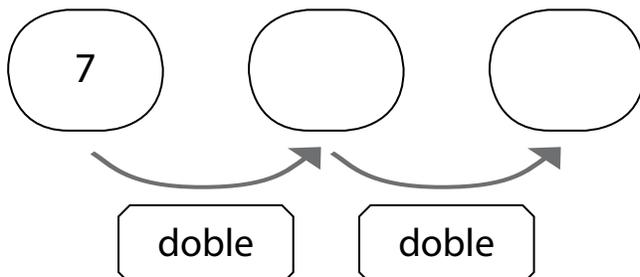
¿cuántos dulces tiene Enrique?

4. Lorena desea saber cuánto es $4 \cdot 5$. Para averiguarlo recuerda que: 4 es el doble de 2, por lo que escribe lo siguiente:

Para obtener el producto de	Calculo	Luego sumo 2 veces la cantidad	Obtengo el resultado
$4 \cdot 5$	$2 \cdot 5 = 10$	$10 + 10 = 20$	20

¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

5. Completa el esquema:



¿Cuánto es $4 \cdot 7$?

1. Completa la tabla del 4, utilizando los "dobles de".

Tabla del 4

$4 \cdot 1$	= doble de	$2 \cdot 1$	= _____
$4 \cdot 2$	= doble de	$2 \cdot 2$	= _____
$4 \cdot 3$	= doble de	$2 \cdot 3$	= _____
$4 \cdot 4$	= doble de	$2 \cdot 4$	= _____
$4 \cdot 5$	= doble de	$2 \cdot 5$	= _____
$4 \cdot 6$	= doble de	$2 \cdot 6$	= _____
$4 \cdot 7$	= doble de	$2 \cdot 7$	= _____
$4 \cdot 8$	= doble de	$2 \cdot 8$	= _____
$4 \cdot 9$	= doble de	$2 \cdot 9$	= _____
$4 \cdot 10$	= doble de	$2 \cdot 10$	= _____

$4 \cdot 1 =$

$4 \cdot 2 =$

$4 \cdot 3 =$

$4 \cdot 4 =$

$4 \cdot 5 =$

Tabla del 2

Tabla del 8

$8 \cdot 1$	= doble de	$4 \cdot 1$	= _____
$8 \cdot 2$	= doble de	$4 \cdot 2$	= _____
$8 \cdot 3$	= doble de	$4 \cdot 3$	= _____
$8 \cdot 4$	= doble de	$4 \cdot 4$	= _____
$8 \cdot 5$	= doble de	$4 \cdot 5$	= _____
$8 \cdot 6$	= doble de	$4 \cdot 6$	= _____
$8 \cdot 7$	= doble de	$4 \cdot 7$	= _____
$8 \cdot 8$	= doble de	$4 \cdot 8$	= _____
$8 \cdot 9$	= doble de	$4 \cdot 9$	= _____
$8 \cdot 10$	= doble de	$4 \cdot 10$	= _____

Tabla del 4

“¿Cuántos invitados son?”

Cantidad total de fichas

16

Cantidad de fichas en cada bolsa

4

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

20

Cantidad de fichas en cada bolsa

4

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

28

Cantidad de fichas en cada bolsa

7

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

30

Cantidad de fichas en cada bolsa

6

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

48

Cantidad de fichas en cada bolsa

6

Cantidad de bolsas

¿Para cuántos invitados alcanza?**Instrucciones:** Realiza la actividad en forma individual.

Cantidad total de fichas

24

Cantidad de fichas en cada bolsa

3

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

56

Cantidad de fichas en cada bolsa

7

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

32

Cantidad de fichas en cada bolsa

8

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

50

Cantidad de fichas en cada bolsa

5

Cantidad de bolsas

Cantidad total de fichas

29

Cantidad de fichas en cada bolsa

7

Cantidad de bolsas

1. La mamá de Consuelo compró 40 dulces y coloca 8 dulces en cada bolsa, de manera que todas tengan igual cantidad. ¿Cuántas bolsas necesita la mamá de Consuelo?
Marca con una cruz las bolsas necesarias.



2. Si se necesitan 8 huevos para hacer un brazo de reina, ¿cuántos huevos se necesitan para hacer 5 brazos de reina?
Anota tus procedimientos:

Respuesta: huevos.

3. Francisco lee un cuento de 40 páginas. Si en un día lee 5 páginas, ¿cuántos días demora en leer el cuento?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: días.

1. La señora Alejandra va a la tienda y compra 8 bolsas de globos. En cada bolsa vienen 6 globos. ¿Cuántos globos compró la señora Alejandra?
Anota tus procedimientos:



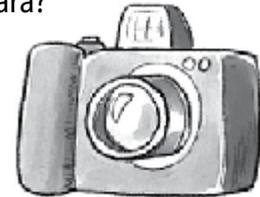
Respuesta: _____ globos.

2. A Marcelo le han llegado para el día de su santo 9 sobres de láminas. Cada sobre tiene 4 láminas. ¿Cuántas láminas tiene Marcelo?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ láminas.

3. El fin de semana el papá de Sebastián sacó 45 fotos y las quiere colocar en su álbum familiar. Sólo puede pegar 5 en cada página. ¿Cuántas páginas ocupará?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ páginas.

4. En la heladería se han preparado copas de helado. En cada copa se han colocado 4 galletitas y en total se utilizaron 36 galletitas. ¿Cuántas copas de helado se prepararon?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ copas de helado.

"Preparando la fiesta de cumpleaños"

Ayuda a la familia González a preparar la fiesta de cumpleaños de su hija Ana.

1. La mamá de Ana ha inflado 24 globos y cree que cada invitado se llevará 3 globos. ¿Para cuántos invitados ha inflado globos?

Cálculo:



Respuesta: _____ invitados.

2. El papá de Ana ha comprado una bolsa de 50 dulces y quiere colocar 5 dulces en cada sorpresa. ¿Cuántas sorpresas se podrán armar?

Cálculo:



Respuesta: _____ sorpresas.

3. La hermana mayor de Ana prepara el chocolate caliente, ya tiene listos 18 y coloca 2 bombillas a cada uno. ¿Para cuántos invitados alcanza?

Cálculo:



Respuesta: _____ invitados.

4. La abuelita de Ana se encarga de los juegos. Tiene 36 bolitas y le dará a cada invitado 4 bolitas. ¿Para cuántos niños alcanza?

Cálculo:



Respuesta: _____ niños.

Instrucciones: Trabaja en forma individual. Observa las cajas, todas ellas tienen solo monedas de \$10.

1. Cada caja tiene 4 monedas de \$ 10.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las dos cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las dos cajas?

¿Cuánto es $2 \cdot 40$?



4



4

2. Cada caja tiene 2 monedas de \$ 10.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las tres cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las tres cajas?

¿Cuánto es $3 \cdot 20$?



2



2



2

3. Cada caja tiene 5 monedas de \$ 10.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las cuatro cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las cuatro cajas?

¿Cuánto es $4 \cdot 50$?



5



5



5



5

Instrucciones: Trabaja en forma individual. Observa las cajas, todas ellas tienen solo monedas de \$100.

1. Cada caja tiene 3 monedas de \$ 100.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las dos cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las dos cajas?

¿Cuánto es $2 \cdot 300$?



3



3

2. Cada caja tiene 4 monedas de \$ 100.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las tres cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las tres cajas?

¿Cuánto es $3 \cdot 400$?



4



4



4

3. Cada caja tiene 6 monedas de \$ 100.

¿Cuántas monedas hay en una caja?

¿Cuántas monedas hay en las cuatro cajas?

¿Cuánto dinero hay en una caja?

¿Cuánto dinero hay en las cuatro cajas?

¿Cuánto es $4 \cdot 600$?



6



6



6



6

“Comprando útiles escolares”

1. Carla y Sebastián van de compras a la librería. Necesitan comprar algunos útiles para la escuela. Calcula el precio de las siguientes compras:



\$95
c/u



\$435
c/u



\$900
c/u



\$370
c/u

4 tijeras

5 reglas

4 libretas y 2 lápices

2. Resolver las siguientes multiplicaciones:

$$84 \cdot 8 =$$

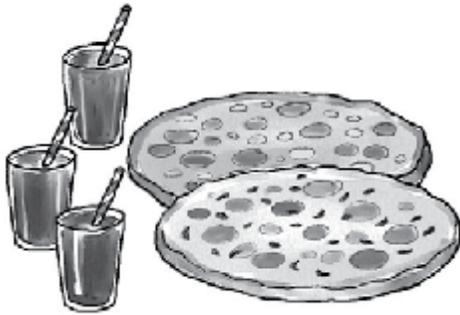
$$983 \cdot 2 =$$

$$574 \cdot 5 =$$

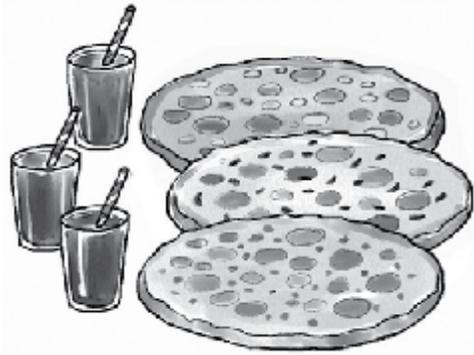
$$356 \cdot 4 =$$

$$432 \cdot 8 =$$

$$127 \cdot 10 =$$



\$7.000



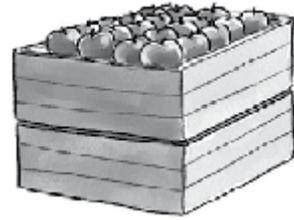
\$9.000

¿Cuánto cuesta cada pizza? Explica cómo lo calculaste.

¿Cuánto cuesta cada bebida? Explica cómo lo calculaste.

1. En la feria se venden cajones de fruta. Si un cajón tiene 123 manzanas y se tienen 6 cajones, ¿cuántas manzanas hay en total?

Anota tus procedimientos:



Respuesta:

_____ manzanas.

2. En un puesto de la feria hay 738 manzanas y se empaquetan en bandejas de 6 unidades. ¿Cuántas bandejas se podrán empaquetar?

Anota tus procedimientos:

Respuesta:

_____ bandejas.

3. En la bodega de una tienda de juguetes, hay 8 cajas con 125 autitos cada una. ¿Cuántos autitos hay en total?

Anota tus procedimientos:

Respuesta:

_____ autitos.

4. En una tienda de juguetes hay guardados 1.000 autitos en 8 cajas. Si en cada caja hay la misma cantidad de autitos, ¿cuántos autitos hay en cada caja?

Anota tus procedimientos:

Respuesta:

_____ autitos.

1. Resuelve los siguientes ejercicios.

$12 : 3 =$

$32 : 4 =$

$36 : 9 =$

$24 : 6 =$

$50 : 10 =$

$20 : 4 =$

$40 : 8 =$

$78 : 9 =$

2. Lee los siguientes ejercicios y marca con una cruz la operación que resuelve el problema:

En la feria venden el kilo de tomates a \$548.
¿Cuánto costarán 9 kilos de tomates?

$548 : 9$

$548 \cdot 9$

$548 - 9$

Nicolás tiene que hacer un muestrario de plantas para la clase de comprensión del medio. Si tiene 72 diferentes plantas y coloca 9 en cada página, ¿cuántas páginas utilizará?

$72 - 9$

$72 : 9$

$72 \cdot 9$

Anita tiene una bolsa con 80 mostacillas y quiere hacer 8 pulseras de manera que todas tengan igual cantidad. ¿Cuántas mostacillas tendrá cada pulsera?

$80 \cdot 8$

$80 : 8$

$80 + 8$

1. Francisco está leyendo un libro, si cada día lee 12 páginas, ¿cuántas páginas lee en 8 días?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ páginas.

2. La mamá de Ana ha inflado 24 globos y cree que cada invitado se llevará 3 globos. ¿Para cuántos invitados le alcanzan?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ invitados.

3. La abuelita de Alba se encarga de los juegos. Tiene 39 bolitas y le dará a cada invitado 4 bolitas. ¿Para cuántos niños alcanza?
Anota tus procedimientos:



Respuesta: _____ niños.

4. Doña Laura ha preparado para su familia 32 sopaipillas. Si ellos son 8 personas, ¿cuántas sopaipillas se comerá cada uno, si todos comen lo mismo?
Anota tus procedimientos:

Respuesta: _____ sopaipillas.

•	2	4	5	8	10
1	2	4	5	8	10
2	4	8	10	16	20
3	6	12	15	24	30
4	8	16	20	32	40
5	10	20	25	40	50
6	12	24	30	48	60
7	14	28	35	56	70
8	16	32	40	64	80
9	18	36	45	72	90
10	20	40	50	80	100

Mazo T

20

dulces

25

dulces

25

dulces

30

dulces

32

dulces

32

dulces

48

dulces

50

dulces

50

dulces



Mazo D

8

dulces en
cada paquete

10

dulces en
cada paquete

5

dulces en
cada paquete

8

dulces en
cada paquete

8

paquetes

10

paquetes

5

paquetes

10

paquetes

8

paquetes



Material 4

Cuarta Unidad

Tercero Básico

Situación 1

Se tienen

dulces

si hay

dulces en
cada paquete

¿Cuántos paquetes hay?

Situación 2

Se tienen

dulces

si hay

paquetes

¿Cuántos dulces hay en cada paquete?

